

# Zur Bewertung ewig lebender Unternehmen mit Hilfe von DCF-Verfahren

## I. Einleitung

In einem 1998 veröffentlichten Beitrag haben wir die These vertreten, dass die Anwendung eines solchen Verfahrens auf ein Unternehmen, dessen Lebensdauer unbegrenzt ist, unter bestimmten Voraussetzungen zu paradoxen Ergebnissen führt<sup>1</sup>. Wählt man nämlich die freien Cashflows i. S. von Jensen<sup>2</sup> als Objekte der Diskontierung, so wird ein unendlich lange existierendes Unternehmen, dessen Manager immer hinreichend profitable Investitionsprojekte finden können, nie Dividenden an die Anteilseigner ausschütten. Obwohl der „gesunde Menschenverstand“ vermuten lässt, dass ein Unternehmen mit derart erfolgreichen Managern einen positiven Wert besitzt, führten unsere früheren Überlegungen auf einen Wert von null. Für diesen Beitrag und das dort beschriebene Paradox haben wir wiederholt Schelte einstecken müssen<sup>3</sup>, ohne dass wir dadurch von der Fehlerhaftigkeit unserer Argumentation überzeugt werden konnten. Nun hat Blaufus in die Diskussion eingegriffen und auf ein Problem hingewiesen, das wir in unserem ursprünglichen Beitrag übersehen hatten<sup>4</sup>. Die Auseinandersetzung mit dem Beitrag von Blaufus hat uns zu der Überzeugung geführt, dass unsere ursprüngliche Vorgehensweise bei der Herleitung des Paradoxes logisch nicht korrekt war, weswegen wir unseren früheren Beitrag revidieren wollen.

## II. Rekonstruktion eines Paradoxons

Wir treffen dieselben Annahmen wie früher:

(1) Das Unternehmen wird von Managern geführt, deren besondere Qualität darin besteht, stets Investitionsprojekte zu entdecken, die einen positiven Kapitalwert besitzen.

(2) Wenn die Manager am Ende eines Jahres zu entscheiden haben, welche Beträge sie an die Eigentümer des Unternehmens ausschütten sollen, sind die zu finanzierenden Ausgaben der Erfolg versprechenden Projekte immer gerade so groß wie der verfügbare Cashflow vor Investitionen. Da die erzielbaren Renditen innerhalb des Unternehmens stets größer als außerhalb des Unternehmens sind, werde am Jahresende grundsätzlich keine Dividende gezahlt.

Wir betonen, dass dieses Konzept der angelsächsischen Auffassung entspricht, wonach die Manager sich vernünftig verhalten, wenn sie alle Investitionen mit positivem Kapitalwert realisieren. Ausgeschüttet wird nur der freie Cashflow des Unternehmens<sup>5</sup>. Das ist der Teil des Cashflows, den man wegen zu geringer Renditeaussichten sinnvollerweise nicht im Unternehmen investiert, sondern ausschüttet.

(3) Das Unternehmen existiert ewig.

(4) Der Kapitalmarkt ist arbitragefrei.

Diese vierte Annahme hatten wir in unserem früheren Beitrag nur implizit getroffen. Sie bedeutet in einer Welt ohne Risiken, dass ein Investor, der am Markt Kapital anlegt, immer gerade nur den risikolosen Zins erzielen kann.

Wir hatten die These aufgestellt, dass Unternehmen, die niemals Dividende an ihre Eigentümer ausschütten, aus logischen Gründen keinen Heller wert sind. Den Beweis dieser These wollen wir jetzt rekonstruieren.

Zu diesem Zweck betrachten wir ein Unternehmen, das heute zum Preis  $V_t$  erworben werden kann. Wer dieses Unternehmen kauft, erhält eine Periode später, also im Zeitpunkt  $t+1$ ,

Zahlungen aus dem Unternehmen und verkauft das Unternehmen unmittelbar im Anschluss daran zum Preis  $V_{t+1}$ . Die Zahlungen aus dem Unternehmen setzen sich aus drei Komponenten zusammen, und zwar aus Cashflows i. H. von  $CF_{t+1}$ , Investitionsrückflüssen i. H. von  $(1+r) \times I_t$  und Investitionsauszahlungen i. H. von  $I_{t+1}$ . Diese Projekte stellen wir uns aus Gründen der Bequemlichkeit als einperiodige Kapitalanlagen im Unternehmen vor. Die Nettoauszahlungen an den Eigentümer des Unternehmens im Zeitpunkt  $t$  belaufen sich folglich auf  $CF_{t+1} + (1+r) I_t - I_{t+1}$ . Wir bezeichnen diese Nettoauszahlungen dann als freie Cashflows, wenn das Unternehmen alle Investitionsprojekte realisiert, deren Kapitalwert positiv ist. Dies ist bei einperiodigen Projekten dann der Fall, wenn  $r > i$  ist. Da der Erwerber des Unternehmens mithin im Zeitpunkt  $t+1$  insgesamt Einnahmen i. H. von  $CF_{t+1} + (1+r) \times I_t - I_{t+1} + V_{t+1}$  erzielt, muss dieser Betrag ebenso groß sein, wie der um eine Periode aufgezinste Kaufpreis  $V_t$ ,

$$CF_{t+1} + (1+r)I_t - I_{t+1} + V_{t+1} = (1+i)V_t \quad (1)$$

Andernfalls wäre eine Arbitragegelegenheit gegeben. Formal stellt Gleichung (1) eine Rekursionsbeziehung dar. Wenden wir sie wiederholt an, so gewinnen wir die folgende Gleichung,

$$(1+i)^T V_0 = \sum_{t=1}^T (CF_t + (1+r)I_{t-1} - I_t) \times (1+i)^{T-t} + V_T \quad (2)$$

Dividieren wir diese Gleichung durch  $(1+i)^T$  und lassen das Unternehmen unendlich lange leben ( $T \rightarrow \infty$ ), dann entsteht der Zusammenhang

$$V_0 = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{CF_t + (1+r)I_{t-1} - I_t}{(1+i)^t} + \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{V_T}{(1+i)^T} \quad (3)$$

Diese Gleichung wollen wir im Folgenden als vollständiges DCF-Modell bezeichnen. Es unterscheidet sich vom sog. Dividenden-Diskontierungs-Modell<sup>6</sup>

$$V_0 = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{CF_t + (1+r)I_{t-1} - I_t}{(1+i)^t} \quad (4)$$

dadurch, dass der zweite Summand nicht einfach vernachlässigt wird. Bisher haben wir noch keinen Gebrauch davon gemacht, dass sich die freien Cashflows in dem uns interessierenden Unternehmen stets auf null belaufen. Die Manager sollen ja annahmegemäß immer Projekte entdecken, die so umfangreich sind, dass die Brutto-Cashflows vollkommen reinvestiert werden,

$$I_{t+1} = CF_{t+1} + (1+r) \times I_t \quad (5)$$

**Prof. Dr. Lutz Kruschwitz** ist Inhaber des Lehrstuhls für Bank- und Finanzwirtschaft an der Freien Universität Berlin; **Prof. Dr. Dr. Andreas Löffler** lehrt Finanzwirtschaft an der Universität Hannover.

1... Kruschwitz/Löffler, DB 1998 S. 1041.

2... Jensen, American Economic Review 1986 S. 357.

3... Matschke/Hering, DB 1999 S. 920; Siegel, Paradoxa in der Unternehmensbewertung und ihre Erklärung, in: FS Brönnner, 2000, S. 391-411.

4... Blaufus, DB 2002 S. 1517.

5... Bei Jensen, American Economic Review 1986 S. 357.

6... Vgl. Ross/Westerfield/Jaffe, Corporate Finance, 4th ed., S. 108.

Setzt man dies in Gleichung (3) ein, so nimmt der Unternehmenswert im vollständigen DCF-Modell den Betrag

$$V_0 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{V_T}{(1+i)^T} \quad (6)$$

an, während er im herkömmlichen Dividenden-Diskontierungsmodell schlichtweg verschwindet. Auf diesen Zusammenhang hat *Blaufus* mit aller Deutlichkeit hingewiesen. Ob seine weitergehende Schlussfolgerung, wonach der Unternehmenswert im vollständigen Modell unendlich groß ist, tatsächlich zutrifft, wird im Folgenden kritisch zu analysieren sein. *Kruschwitz/Löffler* hatten deswegen, weil sie zu Unrecht das Dividenden-Diskontierungsmodell verwendeten, das hiervon massiv abweichende Resultat gewonnen, dass der Unternehmenswert verschwindet, wenn die Voraussetzung der Gleichung (5) erfüllt ist.

### III. Arbitragefreiheit und Transversalität

Im Folgenden gehen wir davon aus, dass wir nicht nur die freien Cashflows des Unternehmens kennen, sondern dass uns auch die Unternehmenswerte selbst in jedem Zeitpunkt  $t = 1, 2, \dots, T$  bekannt sind. Unsere Absicht besteht darin zu prüfen, ob dann Arbitragegelegenheiten existieren. Selbstverständlich hängt das davon ab, in welcher Weise sich die Unternehmenswerte im Zeitablauf entwickeln. In einem ersten Versuch nehmen wir an, dass der Unternehmenswert im Zeitpunkt  $t$  durch

$$V_t = C \times (1+r)^t \quad (7)$$

mit  $r \neq i$  gegeben ist, wobei  $C$  eine beliebige Zahl darstellt<sup>7</sup>. Ein Blick auf die Gleichung offenbart, dass bei einer derartigen Spezifikation die Zahl  $C$  dem Wert des Unternehmens im Zeitpunkt 0 entsprechen muss.

Ob unter der Annahme (7) eine Arbitragemöglichkeit vorliegt, zeigt sich auf folgende Weise: Wir setzen die Gleichungen (5) und (7) in die Arbitragefreiheitsbedingung (1) ein und prüfen, ob die Gleichung dann noch erfüllt ist. Wenn nein, so liegt eine Arbitragegelegenheit vor. Einsetzen führt nun für  $r \neq i$  offensichtlich auf

$$C \times (1+r)^{t+1} \neq C \times (1+r)^t (1+i),$$

womit gezeigt ist, dass der Wertprozess (7) mit der Vorstellung von einem arbitragefreien Markt nicht vereinbar ist. Die Rechnung macht zugleich klar, dass der Prozess

$$V_t = C \times (1+i)^t \quad (8)$$

die erforderliche Eigenschaft der Arbitragefreiheit erfüllt. Auch hier entspricht die Variable  $C$  dem Wert des Unternehmens heute. Wenn die Unternehmenswerte sich im Zeitablauf so wie in Gleichung (8) entwickeln, dann ist der Markt arbitragefrei, wobei – und das kann gar nicht stark genug betont werden – es vollkommen gleichgültig ist, welche Zahl  $C$  wir verwenden!

Prüfen wir zuletzt, welche Ergebnisse sich bei einer solchen Spezifikation des Wertprozesses im DCF-Modell ergeben. Dazu setzen wir die Gleichung (8) in das vollständige DCF-Modell ein und erhalten

$$V_0 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{V_T}{(1+i)^T} = C = V_0. \quad (9)$$

Wie ist diese Aussage zu verstehen? Während im Dividenden-Diskontierungsmodell der Wert des Unternehmens null ist, ergibt sich im vollständigen DCF-Modell kein eindeutig bestimmter Wert des Unternehmens. Der zweite Summand des vollständigen DCF-Modells verschwindet nicht und somit kann das Unternehmen nichts, eine Geldeinheit oder auch eine Million Geld-

einheiten wert sein. Jeder Wert  $C$  verträgt sich mit dem vollständigen DCF-Modell oder besser: er widerspricht ihm nicht.

Daraus müssen wir nun aber Konsequenzen ziehen, die sowohl dem ursprünglichen Resultat von *Kruschwitz/Löffler* als auch der Schlussfolgerung von *Blaufus* widersprechen. *Kruschwitz/Löffler* hatten 1998 behauptet, dass ein ewig lebendes Unternehmen mit freien Cashflows i. H. von null nichts wert ist. *Blaufus* war zu dem Ergebnis gekommen, dass sein Wert unendlich groß sei. Die Wahrheit ist: Ein solches Unternehmen hat einen Wert i. H. von  $C$ , und das kann buchstäblich jede beliebige Zahl sein. Insoweit haben sowohl *Kruschwitz/Löffler* als auch *Blaufus* recht. Aber alle drei haben sich geirrt, solange sie glaubten, dass ihre Ergebnisse die einzig denkbaren Lösungen wären. Das gilt jedenfalls, solange man mit dem vollständigen DCF-Modell arbeitet und keine weitere Annahme trifft.

Bleibe man bei diesem Ergebnis stehen, müsste man fairer Weise feststellen, dass sich das vollständige DCF-Modell zur Bewertung ewig lebender Unternehmen nicht eignet. Ein Verfahren, dessen Resultate vollkommen beliebig sind, kann ja wohl kaum für Zwecke der Unternehmensbewertung empfohlen werden. Dieses Urteil würden wir nicht fällen, wenn wir das vollständige DCF-Modell auf ein Unternehmen anwenden, dessen Lebensdauer endlich ist: Wenn nämlich jenseits des Zeitpunkts  $T$  keine Cashflows mehr erwirtschaftet werden, dann wird sich niemand finden, der im Zeitpunkt  $T$  für dieses Unternehmen noch irgendeinen positiven Preis bezahlt. Bei einem Unternehmen, das bis zum Zeitpunkt  $T < \infty$  lebt, gilt also immer  $V_T = 0^8$ . Man spricht in diesem Zusammenhang auch von Transversalität<sup>9</sup>. Arbeitet man mit einer entsprechenden Annahme auch dann, wenn das Unternehmen unendlich lange existiert, dann wird das vollständige DCF-Modell wieder eindeutig und lässt sich nach außen nicht vom Dividenden-Diskontierungsmodell unterscheiden.

Der Mangel in unserer Arbeit aus dem Jahre 1998 bestand darin, dass wir nicht deutlich genug die Notwendigkeit dieser Transversalität für das vollständige DCF-Modell herausgearbeitet haben. Zu den von uns früher genannten Bedingungen (1) bis (4) muss, damit es zum genannten Paradox kommt, noch die Bedingung

(5) Für das Unternehmen gilt die Transversalität;

treten. Und damit wird auch klar, wie es zu dem Paradox kommen konnte: Problematisch ist nicht die Tatsache, dass das Unternehmen unendlich lange lebt, keine Cashflows ausschüttet oder so ungemein findige Manager besitzt. Problematisch ist vielmehr die Verwendung der Transversalitätsannahme, die sich gerade im Fall des unendlich lange existierenden Unternehmens nicht rechtfertigen lässt! Unser Paradox zeigt nicht, dass die von uns betrachteten Unternehmen nichts wert sind, sondern dass sich solche Unternehmen der Bewertung mit einem DCF-Verfahren verschließen.

### IV. Zusammenfassung

In diesem Beitrag wird gezeigt, dass die Bewertung von Zahlungsströmen mit unendlicher Laufzeit auf der Grundlage eines vollständigen DCF-Modells zu beliebigen Ergebnissen führt, wenn keine zusätzlichen Annahmen getroffen werden. Welche Annahme unter den von *Kruschwitz/Löffler* untersuchten pathologischen Bedingungen gerechtfertigt ist, lässt sich nicht sinnvoll entscheiden. Damit entziehen sich Unternehmen, die ewig Gewinne thesaurieren, weil die interne Rendite größer als der Marktzins ist, einer Bewertung mit Hilfe von DCF-Verfahren.

7... Das entspricht der Vorstellung, welcher in dem zitierten Aufsatz von *Blaufus* gefolgt wurde.  
8... Wenn es Marktteilnehmer gibt, die für Zahlungsansprüche i. H. von null von null verschiedene Preise zahlen, generieren sie Arbitragegelegenheiten.  
9... Siehe hierzu *Duffie*, *Dynamic Asset Pricing Theory*, 3rd ed., S. 213.