

# Skript zur Vorlesung "Unternehmensbewertung und Steuern"

Univ.-Prof. Dr. Dr. Andreas Löffler

letzte Änderung am 26. April 2010

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Elemente des Handels- und Steuerrechts (Stand 2010)</b>	<b>1</b>
1.1	Cashflow und Jahresabschluss	1
1.2	Steuern in Deutschland	3
1.3	Die Einkommensteuer (ESt)	5
1.4	Der Solidaritätszuschlag (SolZ)	9
1.5	Die Kirchensteuer (KiSt)	9
1.6	Die Körperschaftsteuer (KSt)	10
1.7	Die Gewerbesteuer (GewSt)	12
1.8	Die Grundsteuer (GrSt)	15
1.9	Erbschaft- und Schenkungssteuer	16
1.10	Veranlagungssimulation	17
<b>2</b>	<b>Steuern unter Sicherheit: Standardmodell</b>	<b>19</b>
2.1	Arbitragefreiheit und NPV-Gleichung	19
2.2	Buchwert, Abschreibung und Gewinn	21
2.3	Standardmodell einer Gewinnsteuer	23
2.4	Ein Steuerparadox	25
2.5	Standardmodell der Besteuerung des ökonomischen Gewinns	27
2.6	Standardmodell einer Cashflow-Steuer	30
2.7	Standardmodell einer zinskorrigierten Gewinnsteuer	31
2.8	Standardmodell einer Substanzsteuer	35
2.9	Standardmodell einer Erbschaftsteuer	36
2.10	Zusammenfassung	38
<b>3</b>	<b>Steuern unter Unsicherheit: DCF-Verfahren</b>	<b>40</b>
3.1	Bedingte Erwartungen und Kapitalkosten	41
3.2	Allgemeine Bewertungsgleichung, Gordon-Shapiro-Formel	47
3.3	EVA <sup>®</sup>	49
3.4	DCF-Verfahren: Unverschuldete und verschuldete Unternehmen	51
3.5	APV-Theorie	54
3.6	WACC-Theorie	55
3.7	Das Zirkularitätsproblem und andere Finanzierungspolitiken	57
3.8	Einkommensteuer	59
3.9	Nationale Steuersysteme: Körperschaft- und Einkommensteuer*	65
3.10	Zusammenfassung	68



*Definitionen, Annahmen, Sätze*

Die Liste enthält eine Übersicht über die im Skript zu findenden Definitionen, Annahmen und Sätze.

Definition 1.1	Differenz-, Durchschnitts-, Grenzsteuersatz	4
Definition 2.1	Gewinn Kapitalmarktanlage	21
Definition 2.2	verallg. Abschreibung	22
Definition 2.3	Gewinn Realinvestition	22
Satz 2.4	Erstes Preinreich-Theorem (Besteuerung ökon. Gewinn)	28
Satz 2.5	Zinskorrektur (Boadway/Bruce, Wenger)	33
Annahme 3.1	Ewige Rente	43
Definition 3.2	Kapitalkosten	45
Annahme 3.3	konstante Kapitalkosten	46
Satz 3.4	Allgem. Bewertungsgleichung unter Unsicherheit	48
Satz 3.5	Gordon-Shapiro-Formel	48
Satz 3.6	Zweites Preinreich-Theorem (EVA und DCF)	50
Definition 3.7	autonome Finanzierung	54
Satz 3.8	APV-Formel (Modigliani/Miller)	54
Definition 3.9	wertorientierte Finanzierung	55
Satz 3.10	WACC-Formel (Miles/Ezzell)	56
Satz 3.11	modifiz. Gordon-Shapiro-Formel	60

## 1 Elemente des Handels- und Steuerrechts (Stand 2010)

### 1.1 Cashflow und Jahresabschluss

**Lernziel:** Sie lernen die wichtigsten Cashflow-Begriffe kennen.

Im Folgenden ist sehr häufig von Cashflows die Rede. Dabei handelt es sich um Zahlungsüberschüsse eines Unternehmens. Wir wollen uns in diesem Abschnitt zuerst der Frage widmen, wie diese Cashflows aus Jahresabschlüssen (insbesondere aus Steuerbilanzen) ermittelt werden.

Cashflows könnten beispielsweise bestimmt werden, indem die Auszahlungen des Unternehmens von den Einzahlungen an das Unternehmen abgezogen werden. Da ausschließlich auf der Zahlungsebene gerechnet wird, nennen wir diese Rechenmethode auch *direkte Ermittlung* des Cashflows. Sie ist aufgrund ihrer schwierigen Handhabbarkeit in der Praxis nicht anzutreffen: Die Jahresabschlüsse enthalten so gut wie keine Informationen über Ein- und Auszahlungen, sondern nur über Erträge und Aufwendungen.

Üblicherweise wird der Cashflow *indirekt*, also anhand von Größen aus dem Rechnungswesen ermittelt. Dabei werden die Erträge und Aufwendungen um die nicht zahlungswirksamen Vorgänge bereinigt.<sup>1</sup>

Bei deutschen Unternehmen sind insbesondere die Abschreibungen und die Veränderungen der Rückstellungen wichtig. In der einfachsten Ermittlung von Cashflows werden daher Abschreibungen und Veränderungen der Rückstellungen zum Jahresüberschuss addiert. Unternehmensberater gehen einen Schritt weiter und beziehen die Veränderung der so genannten Betriebsmittel mit ein.<sup>2</sup> Die Betriebsmittel entsprechen dabei der Differenz aus Umlaufvermögen (beispielsweise Vorräte, Lagerbestände) und kurzfristigem, jedoch nicht zinstragendem Fremdkapital (neben Rückstellungen also Verbindlichkeiten aus Lieferungen und Leistungen, nicht aber Verbindlichkeiten gegenüber Kreditinstituten oder Anleihen). Dem Begriff der Betriebsmittel liegt die Vorstellung zu Grunde, dass es sich um liquide Mittel handelt, die dem Unternehmen "etwas länger als kurzfristig" zur Verfügung stehen; würde man das Umlaufvermögen sofort verkaufen können und seine kurzfristigen Schulden tilgen, dann könnte der verbleibende Teil für die Investitionen verwendet werden.<sup>3</sup> Das Ergebnis bezeichnen wir als Brutto-Cashflow, siehe Abbildung 1.

Varianten dieser Cashflow-Rechnung entstehen, wenn wir

1. andere *Ausgangsgrößen* verwenden, beispielsweise das ordentliche Betriebsergebnis anstelle des Jahresüberschusses oder den Jahresüberschuss vor Abzug von Steuern,
2. andere *Korrekturposten* ansetzen, beispielsweise nicht die Veränderung der Betriebsmittel, sondern nur die Veränderungen bei den Pensionsrückstellungen.

<sup>1</sup> Dies ist auch die Sicht der Wirtschaftsprüfer: "Eine ordnungsgemäße Unternehmensbewertung setzt ... bei der Bewertung ... voraus, dass aufeinander abgestimmte Plan-Bilanzen, Plan-Gewinn- und Verlustrechnungen sowie Finanzplanungen aufgestellt werden..." ("Institut der Wirtschaftsprüfung", IDW S 1, Stand: 28. Juni 2000, aus *Die Wirtschaftsprüfung* 53: S. 825-852, Abschn. 4.4.1.1.).

<sup>2</sup> Die Betriebsmittel heißen bei Unternehmensberatern moderner "working capital".

<sup>3</sup> Das zinstragende Fremdkapital darf in den Betriebsmitteln keine Berücksichtigung finden, weil es sich hier um Effekte der Außenfinanzierung handelt, der Cashflow ist aber ein Maß für die Innenfinanzierungskraft des Unternehmens – Kredite und Anleihen haben da nichts zu suchen.

Abbildung 1: Brutto-Cashflow

	Jahresüberschuss
+	Abschreibungen
+	Veränderung der Betriebsmittel
=	Brutto-Cashflow

3. *weitere Korrekturposten* berücksichtigen, beispielsweise die Bestandsveränderungen bei fertigen und unfertigen Erzeugnissen.

Beim Brutto-Cashflow sind, abgesehen von den Steuerzahlungen des Unternehmens, drei Verwendungsrichtungen gegeben:

- Ausschüttungen
- Investitionen
- Schuldentilgung

In der Literatur wird ab und an von einer Rangfolge ausgegangen, der zufolge ein Unternehmen zuerst investiert, dann Schulden tilgt und zuletzt ausschüttet. Deshalb werden vom Brutto-Cashflow schrittweise die einzelnen Elemente abgezogen; die Zwischensummen erhalten weitere Bezeichnungen. So heißt etwa der Zahlungsstromabfluss für Investitionen "Investitions-Cashflow" und der Abfluss liquider Mittel, der mit der Schuldentilgung und der Ausschüttung verbunden ist, "Finanzierungs-Cashflow". Unter Netto-Cashflow versteht man die Differenz aus Brutto-Cashflow und Steuerzahlungen.

In den amerikanischen Methoden der Unternehmensbewertung wird der *Free Cashflow* verwendet. Der Grundgedanke des Free Cashflows beruht auf der Idee, dass ein Investor auch Investitionsprojekte der Zukunft durchführen wird, wenn sie einen positiven Kapitalwert realisieren. Diese Forderung folgt aus dem Konzept der ökonomischen Rationalität eines Investors:<sup>4</sup>

"Free Cash flow is cash flow in excess of that required to fund all projects that have net present value when discounted at the relevant cost of capital."<sup>5</sup>

Kürzt man den Netto-Cashflow um die durchgeführten Investitionen, so wird das Ergebnis auch als Free Cashflow bezeichnet. Im Allgemeinen unterscheiden sich Netto-Cashflow und Free Cashflow erst in Planungsrechnungen der Zukunft. Für vergangene Jahre wird sich schwer bestimmen lassen, welche der Investitionen eine Erhaltungs- und welche eine Erweiterungsinvestition war. In Planungsrechnungen dagegen lassen sich verschiedene Szenarien formulieren, die von einem starken Wachstum des Unternehmens (durch zusätzliche Erweiterungsinvestitionen) oder von einer gleichbleibenden Größe (ausschließlich Erhaltungsinvestitionen) ausgehen. Ob mit dem Cashflow oder dem Free Cashflow gerechnet wird, hängt auch von der Einschätzung der Marktlage ab: Wird das Unternehmen ohne Wachstum am Markt überleben können, oder muss es wachsen?<sup>6</sup>

Dagegen sind die Wirtschaftsprüfer in Deutschland der Ansicht, noch nicht begonnene Investitionen mit positivem Kapitalwert seien eine Entscheidung des zukünftigen Eigentümers und sollen daher *nicht* in der Bewertung berücksichtigt werden:<sup>7</sup>

<sup>4</sup> Diese Ansicht wird in der Bewertungsliteratur insbesondere seit dem Erscheinen des Buches Copeland, T.; Koller, T. and Murrin, J. (1990), *Valuation: Measuring and Managing the Value of Companies*, third edn, John Wiley & Sons, New York, vertreten. Rappaport, A. (1986), *Creating Shareholder Value*, New York, London, dagegen ging noch vom betrieblichen Cashflow aus. Bei Copeland, T.; Koller, T. and Murrin, J. (1990) findet sich kein expliziter Hinweis auf den Abzug der Investitionen mit positivem Barwert. Es ist aber das "gross investment" vom Cashflow abzuziehen: "Gross investment is the sum of a company's expenditures for new capital..." (S. 115).

<sup>5</sup> Jensen, M. (1986), "Agency costs of free cash flow, corporate finance, and takeovers", *American Economic Review* 76: S 357-398.

<sup>6</sup> Pharmaunternehmen sind dafür bekannt, dass sie sehr hohe Umsatzrenditen erwirtschaften (Zahlen der Größenordnung von 25% sind in Deutschland keine Seltenheit). Dennoch müssen sie einen Großteil dieser Gewinne (20% und mehr vom Umsatz) in die Entwicklung neuer Medikamente stecken, weil sie sonst innerhalb von wenigen Jahren nicht mehr konkurrenzfähig wären. Wer hier nicht mit dem Free Cashflow rechnet, macht einen gravierenden Fehler.

Abbildung 2: Ermittlung des Free Cashflows

	Brutto-Cashflow
–	EE-Steuern
=	Netto-Cashflow
–	Erhaltungsinvestitionen
–	Erweiterungsinvestitionen
=	Free Cashflow

<sup>7</sup> Streng genommen trifft dies nur auf den ersten Bewertungsschritt, den objektivierte Wert, zu. In der Funktion als Berater des Käufers/Verkäufers spielen subjektive Elemente eine Rolle und daher können dann Entscheidungen des Käufers/Verkäufers berücksichtigt werden.

“Die Bewertung eines Unternehmens basiert auf der am Bewertungsstichtag vorhandenen Ertragskraft. Grundsätzlich beruht die vorhandene Ertragskraft auf den zum Bewertungsstichtag vorhandenen Erfolgsfaktoren. Mögliche, aber noch nicht eingeleitete Maßnahmen (z.B. Erweiterungsinvestitionen/Desinvestitionen) sowie die daraus vermutlich resultierenden finanziellen Überschüsse sind danach bei der Ermittlung objektiver Unternehmenswerte unbeachtlich,”<sup>8</sup>

Die Hypothese der Substanzerhaltung besagt, dass Wirtschaftsprüfer Erhaltungsinvestitionen (typischerweise in Höhe der Abschreibungen auf die bisherigen Erhaltungsinvestitionen) in Abzug bringen. Die Erweiterungsinvestitionen dagegen werden nicht berücksichtigt. Das Unternehmen soll nicht weiter wachsen und in dem zu bewertenden Zustand (“wie es liegt und steht”) verbleiben.

Wir wollen auf eine letzte Besonderheit im Zusammenhang mit Aktiengesellschaften in Deutschland aufmerksam machen. Die gesetzlichen Vorschriften erzwingen eine so genannte Ausschüttungssperre<sup>9</sup>. Das Unternehmen darf nur Ausschüttungen (etwa) in der Höhe des Jahresüberschusses vornehmen. Diese Regelung soll dafür sorgen, dass die Anteilseigner des Unternehmens sich nicht grenzenlos bereichern und dem Unternehmen sämtliche Liquidität entziehen können. Wenn solche Ausschüttungssperren existieren, dann haben wir eine weitere Restriktion bei der Berechnung von Cashflows. Die Cashflows dürfen nicht größer sein als der Jahresüberschuss. In vielen Fällen vereinfacht das die Bestimmung der Cashflows; wenn wir nämlich zeigen können, dass sie immer den Jahresüberschuss übersteigen, dann sind die für die Anteilseigner verfügbaren Zahlungsüberschüsse gerade gleich dem Jahresüberschuss.

<sup>8</sup> “Institut der Wirtschaftsprüfung”, IDW S 1 (Stand: 28. Juni 2000), *Die Wirtschaftsprüfung* 53, S. 825-852, Abschn. 4.4.1.1.

<sup>9</sup> Zu finden im § 58 AktG. Auch GmbHs unterliegen der Ausschüttungssperre, die Rechtsgrundlage ist der § 30 GmbHG

## 1.2 Steuern in Deutschland

**Lernziel:** Wir lernen die wichtigsten Elemente des deutschen Steuerrechts kennen. <sup>10</sup>

Das deutsche Steuerrecht ist kompliziert. Es beinhaltet ca. fünfzig verschiedene Steuern und wurde nicht anhand wissenschaftlicher Kriterien konzipiert. Es ist vielmehr durch eine Vielzahl politischer Auseinandersetzungen gewachsen.

Es gibt viele Wege um Steuern zu klassifizieren. Eine Möglichkeit besteht darin, sie anhand ihres Zugriffspunkts auf den wirtschaftlichen Kreislauf zu unterscheiden. Im wirtschaftlichen Kreislauf unterscheiden wir die Stromgröße *Einkommen* und die Bestandsgröße *Vermögen*. Einkommensentstehung mehrt das Vermögen, Einkommensverwendung mindert es. Dies veranlasst uns zu folgender Einteilung der Steuerarten wie in Abbildung 3 beschrieben.<sup>11</sup>

Jede Steuer beruht auf einer Rechtsgrundlage, so zum Beispiel die Einkommensteuer auf dem Einkommensteuergesetz, die Kraftfahrzeugsteuer auf dem Kraftfahrzeugsteuergesetz usw. Jedes Steuergesetz enthält Bestimmungen über

– das Steuersubjekt: wer schuldet die Steuer?

<sup>10</sup> Ich danke Frau Carolin Holzmann für die Mithilfe bei der Überarbeitung des Abschnittes.

<sup>11</sup> Die im deutschen Recht verankerten Steuer (Einkommensteuern, Körperschaftsteuer) werden ohne Fugens geschrieben (wenngleich grammatikalisch auch eine Form mit Fugens erlaubt wäre). Es heißt also Körperschaftsteuer, nicht Körperschaftssteuer.

- das Steuerobjekt: welche Voraussetzung muss erfüllt sein, damit die Steuerschuld entsteht ?
- die Steuerschuld: wie viel Steuern müssen gezahlt werden?

*Beispiel:* Das Hundesteuergesetz enthält die folgenden Bestimmungen:

Steuersubjekt: Hundehalter,

Steuerobjekt: Halten eines Hundes,

Steuerschuld besteht aus dem Produkt von Bemessungsgrundlage (Anzahl der Hunde) und Tarif (z.B. in Paderborn pro Jahr € 72 für den ersten Hund<sup>12</sup>).

<sup>12</sup> Für Kampfhunde muss man bis zu € 600 berappen. . .

Halten Sie die Begriffe Tarif und Steuersatz auseinander. Ein Steuersatz wird verwendet, um die Steuerschuld bei gegebener Bemessungsgrundlage zu ermitteln:

$$\text{Steuerschuld} = \text{Bemessungsgrundlage} \cdot \underbrace{\text{Steuersatz (Bemessungsgrdlg.)}}_{\text{Tarif}}$$

Ein Tarif stellt die Gesamtheit aller möglichen Steuersätze dar. Der Tarif beschreibt, ob und wie dieser Steuersatz von der Bemessungsgrundlage selbst abhängt. Ist der Tarif beispielsweise unabhängig von der Bemessungsgrundlage, so nennen wir ihn proportional. Für den Fall nichtproportionaler Steuertarife benötigen wir die folgenden drei Definitionen verschiedener Steuersätze:

**DEFINITION 1.1** *Der Durchschnittssteuersatz gibt an, wie hoch die gesamte Bemessungsgrundlage (BMG) im Durchschnitt belastet wird*

$$\text{Durchschnittssteuersatz} = \frac{\text{gesamte Steuerschuld}}{\text{gesamte BMG}}$$

*Der Differenzsteuersatz gibt an, wie hoch eine zusätzliche Bemessungsgrundlage im Durchschnitt belastet wird*

$$\text{Differenzsteuersatz} = \frac{\text{zusätzliche Steuerschuld}}{\text{zusätzliche BMG}}$$

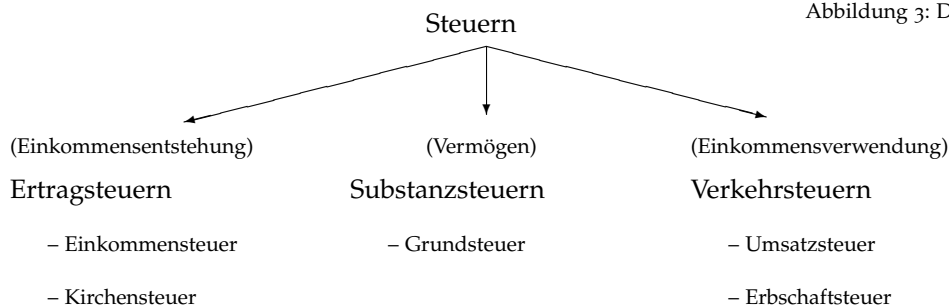


Abbildung 3: Drei Klassen von Steuern

*Der Grenzsteuersatz gibt an, wie hoch jeder zusätzliche Euro belastet wird*

$$\text{Grenzsteuersatz} = \lim_{\text{zusätzl. BMG} \rightarrow 0} \text{Differenzsteuersatz}$$

Steuer Gesetze enthalten noch weitere Regelungen (wann muss die Steuer gezahlt werden, sind Vorauszahlungen notwendig usw.). Diese Regelungen sind jedoch für die finanzwirtschaftliche Betrachtung von untergeordneter Bedeutung; wir werden sie nicht weiter betrachten.<sup>13</sup>

Wir konzentrieren uns auf die Ertragsteuern. Die anderen Steuerarten sind entweder schon in den Aufwendungen berücksichtigt (z.B. die Kraftfahrzeugsteuer) oder stellen nur durchlaufende Posten dar (dies kann bei der Umsatzsteuer der Fall sein). In den folgenden Abschnitten werden die einzelnen Ertragsteuergesetze sowie deren finanzwirtschaftlichen Auswirkungen beschrieben. Wir gehen auch auf die Grundsteuer ein.

Die folgenden Abschnitte widmen sich jeweils einer Steuerart. Die Eigenschaften dieser Steuer werden durch entsprechende Gesetze beschrieben. Gesetze müssen sich einer Sprache bedienen, die im Zweifel vor Gericht Bestand haben muss, und deshalb werden nicht selten Begriffe verwendet, deren juristische Definition von der Alltagssprache abweicht. So gibt es beispielsweise im Einkommensteuergesetz eine "Summe der Einkünfte", die aber nicht mit der mathematischen Summe der genannten Einkünfte übereinstimmt. Es ließe sich eine Vielzahl weiterer Beispiele anführen.

Da wir uns gerade nicht mit der präzisen Umsetzung der Gesetzestexte befassen müssen, sondern uns eine Anwendung im finanzwirtschaftlichen Umfeld (mit gravierenden Ungenauigkeiten wie zukünftig unsichere Steuersätze etc.) interessiert, werden wir zwar die juristisch präzisen Begriffe verwenden, aber die Zusammenhänge manchmal etwas salopp darstellen. Wenn Sie sich für das Fach *Betriebswirtschaftliche Steuerlehre* interessieren, so sollten Sie keinesfalls den Fehler begehen und die nachfolgenden Ausführungen als einen Ersatz für den Besuch der Vorlesungen ansehen. Von daher werden wir auch, anders als in diesen Veranstaltungen üblich, weitgehend auf direkte Gesetzesverweise verzichten.

### 1.3 Die Einkommensteuer (EST)

Die ersten Personensteuern waren die kirchlichen Personalzehnten des Mittelalters sowie die territorialen Kopfsteuern. Die erste Einkommensteuer moderner Art wurde 1811 in Ostpreußen erhoben; sie ging zurück auf eine Kriegsabgabe auf Anraten des Ministers Freiherr von Stein. Auch die anderen deutschen Bundesstaaten führten daraufhin schrittweise eine Einkommensteuer ein. Die Weimarer Republik (Erzbergersche Reform) vereinheitlichte diese Landeseinkommensteuern zu einer Reichseinkommensteuer. Auch in den letzten Jahren fanden mehrere Einkommensteuerreformen statt. Die Besteuerung von Unternehmen wurde durch das am 1. Januar 2008 in Kraft getretenen Unternehmenssteuerreformgesetz

<sup>13</sup> Viele dieser Details finden Sie in dem Lehrbuch von Scheffler, W. (2007), *Besteuerung von Unternehmen Ü Band I: Ertrags-, Substanz- und Verkehrsteuern*, 10th edn, C.F.Müller, UTB-Verlag.

linearen Steuer auf den Unternehmenswert analysiert.<sup>46</sup> Das Standardmodell dient einem potentiellen Investor als einfache Orientierungshilfe. Zudem ermöglicht das Modell Aussagen über den Einfluss einer Steuer auf das Verhalten der Investoren und liefert so, im zweiten Schritt, auch Anhaltspunkte für ein "sinnvolles", d.h. Investitionsentscheidungen nicht verzerrendes, Steuersystem.

## 2 Steuern unter Sicherheit: Standardmodell

### 2.1 Arbitragefreiheit und NPV-Gleichung

**Lernziel:** Wir stellen unser Modell vor, mit dem wir im gesamten Abschnitt arbeiten werden. Wir verdeutlichen den Grundgedanken der Arbitragefreiheit mit diesem Modell.

In diesem Kapitel wollen wir uns eines einfachen Modells bedienen, das die steuerliche Wirklichkeit möglichst einfach wieder gibt. Es gibt es einen gegenwärtigen ( $t = 0$ ) sowie  $T$  zukünftige Zeitpunkte ( $t = 1, \dots, T$ ). Sowohl Gegenwart als auch Zukunft sind sicher. Wir werden auf mögliche Verallgemeinerungen wie etwa einen unendlichen Zeitraum oder eine stetige Zeit nicht eingehen.

Wir konzentrieren uns auf eine *Realinvestition*, die ein Investor durchführen oder unterlassen kann. Eine solche Realinvestition kann etwa in Form einer GmbH oder einer Aktiengesellschaft vorliegen, ebenso könnte es sich um ein konkretes Projekt wie einen Verkaufstrag handeln. Diese Realinvestition erscheint in unserem Modell als eine Art "Geldmaschine", bei der keine Rücksicht darauf genommen wird, welches Gut hier wie produziert wird. Wir nehmen immer an, dass die Realinvestition höchstens einmal durchgeführt werden kann. Die Realinvestition soll eigenfinanziert werden, sie erfordert heute eine Ausgabe von  $I_0$  und wird in der Zukunft Cashflows liefern.

Die Cashflows dieser Realinvestition sind nach unseren Einschränkungen bereits heute sicher. Diese Annahme ist eine sehr starke Einschränkung, denn es gibt praktisch keine risikolosen Investitionsobjekte. Diese Einschränkung werden wir aber erst im nächsten Kapitel aufheben können. Den zukünftigen Projekt-Cashflow im Zeitpunkt  $t$  bezeichnen wir mit  $CF_t$ .

Es ist zu jedem Zeitpunkt möglich, die Realinvestition aufzugeben. In diesem Fall verkauft der Investor die Anteile an dem Projekt zu einem Marktwert (auch den fairen Preis oder inneren Wert genannt), den wir mit  $V_t$  ( $t = 1, \dots, T$ ) bezeichnen wollen. Um zu erfahren, ob wir unser Geld in diese Realinvestition stecken sollten, müssen wir aber auch den Marktpreis der Investition heute, also in  $t = 0$  errechnen. Diesen Marktwert bezeichnen wir mit  $V_0$ .

Dieser Marktpreis heute ( $V_0$ ) ist im Gegensatz zu den künftigen Marktpreisen oder Werten  $V_t$  eine fiktive Größe. Er gibt an, welcher Preis für die Realinvestition heute gezahlt werden *sollte*. Tatsächlich aber werden wir unterstellen, dass heute nicht  $V_0$ , sondern eine

<sup>46</sup> Die Bezeichnung geht auf Dieter Schneider zurück, das Modell selbst erscheint zum ersten Mal bei Preinreich, G. (1951), "Models of taxation in the theory of the firm", *Economia Internazionale* 4: S. 372-397". Üblicherweise wird es allerdings Johansson, S.-E. (1969), "Income taxes and investment decisions", *Swedish Journal of Economics* 71: S. 104-110, zugeschrieben.



Investitionsausgabe  $I_0$  zu tätigen ist. Der Investor vergleicht nun diese Investitionsausgabe mit dem fairen Preis: Der Investor wird die Realinvestition durchführen, wenn  $I_0 < V_0$  ist oder er wird sie unterlassen, wenn die Relation  $I_0 > V_0$  gültig sein sollte.

Des weiteren soll der Investor die Möglichkeit haben, *Finanzinvestitionen* am Kapitalmarkt zu erwerben. Da die Welt sicher ist, kann es sich dabei nur um sichere Geldanlagen handeln. Zu diesem Zweck müssen wir wissen, wie hoch der Zinssatz am Kapitalmarkt ist. Wir gehen der Einfachheit halber davon aus, dass der Zinssatz in allen Zeitpunkten konstant ist und genau  $r_f$  beträgt.<sup>47</sup>

Viele der steuerlichen Details aus dem ersten Kapitel werden in diesem Modell ignoriert. Da wir nicht wissen, durch welche wirtschaftliche Tätigkeit die Projekt-Cashflows zustande kommen, können wir die Details einer Gewerbesteuer nicht abbilden. Da die Realinvestition eigenfinanziert wurde, können wir Fragen der Finanzierungsneutralität<sup>48</sup> nicht behandeln. Wir verzichten auch darauf, Details der Körperschaftsteuer in unser Modell einzubeziehen. In diesem Modell soll es ausschließlich eine Art Einkommensteuer geben, die sowohl für die Geldanlage in die Real- als auch in die Finanzinvestitionen zu zahlen ist. Dennoch wird sich zeigen, dass das von uns entwickelte Modell leistungsfähig ist und eine Vielzahl ökonomischer Sachverhalte abbildet.

Das grundlegende Prinzip, mit dem wir die fairen Werte der Realinvestition bewerten wollen, ist die Arbitragefreiheit des Kapitalmarktes.<sup>49</sup> Beachten Sie insbesondere, dass wir die Arbitragefreiheit nur zur Bestimmung der fairen Werte  $V_t$  nutzen, denn die tatsächlich zu leistende Anschaffungsausgabe  $I_0$  der Realinvestition bietet ganz offensichtlich eine Arbitragegelegenheit.

Der faire Preis  $V_t$  der Realinvestition bestimmt sich aus folgender Überlegung: Es ist gleichgültig, ob der Investor in die Realinvestition oder in den Kapitalmarkt investiert; wir unterstellen, dass eine Anlage am Kapitalmarkt und die Realinvestition zu gleichen finanzwirtschaftlichen Ergebnissen führen. Diese Eigenschaft gilt für jede Zeitperiode. Versetzen wir uns in den Zeitpunkt  $t$  und nehmen wir an, dass der Investor den Geldbetrag  $V_t$  zur Verfügung hat.<sup>50</sup> Der risikolose Zinssatz ist  $r_f$  und wir nehmen an, dass Soll- und Habenzinsen zusammenfallen und es kein Finanzierungslimit gibt. Dann bedeutet unsere Annahme der Arbitragefreiheit für eine Periode, dass im Zeitpunkt  $t + 1$  die Ergebnisse der jeweiligen Investitionen übereinstimmen müssen, also

$$\underbrace{(1 + r_f)V_t}_{\text{Kapitalmarktanlage}} = \underbrace{V_{t+1} + CF_{t+1}}_{\text{Realinvestition}} \quad (3)$$

Erläutern wir diese Gleichung. Auf der linken Seite der Gleichung wird eine Kapitalmarktanlage beschrieben. Der Investor legt  $V_t$  an und erhält nach einer Periode sein eingezahltes Kapital zuzüglich den Zinsen  $(1 + r_f)V_t$ . Auf der rechten Seite dagegen investiert er in die Realinvestition. Nach einer Periode erhält er den Cashflow (die "Dividende")  $CF_{t+1}$  und verkauft die Anteile der Realinvestition

<sup>47</sup> Natürlich muss ein Finanzinvestor, der Geldanlagen zum Zinssatz  $r_f$  verspricht, in der Lage sein, diesen Zinssatz am Markt zu erwirtschaften. Woher der Finanzinvestor diese Möglichkeit nimmt, lassen wir in unserem Modell offen. Die Finanzinvestitionen fallen gewissermaßen "vom Himmel".

<sup>48</sup> Siehe S. 14.

<sup>49</sup> Die Arbitragefreiheit werden wir hier nur anschaulich einführen. Sie wird wesentlich detaillierter in der Vorlesung "Derivate und ihre Bewertung" behandelt.

<sup>50</sup> Diese Annahme ist keine Einschränkung. Wenn der Investor nicht genug Geld besitzt, so kann man mit einfachen Methoden zeigen, dass er sich fehlendes Geld leihen kann und sich dann die Ergebnisse nicht ändern. Auf eine genaue Darstellung verzichten wir.

zum (neuen) Marktpreis  $V_{t+1}$ . Beide Geldbeträge müssen wegen der Arbitragefreiheit identisch sein, anderenfalls gäbe es sichere Gewinne ohne Kosten.<sup>51</sup>

Aus Gleichung (3) folgt durch einfaches Umstellen

$$V_t = \frac{V_{t+1} + CF_{t+1}}{1 + r_f}$$

und durch wiederholtes Einsetzen dieser Gleichung

$$V_t = \frac{CF_{t+1}}{1 + r_f} + \frac{CF_{t+2}}{(1 + r_f)^2} + \dots + \frac{CF_T + V_T}{(1 + r_f)^{T-t}}$$

Da der Wert der Investition im Endzeitpunkt null ( $V_T = 0$ ) ist, gilt für den Marktwert der Investition zum heutigen Zeitpunkt:<sup>52</sup>

$$V_0 = \frac{CF_1}{1 + r_f} + \frac{CF_2}{(1 + r_f)^2} + \dots + \frac{CF_T}{(1 + r_f)^T}$$

Entscheidend für die Frage der Durchführung war der Vergleich des Marktwertes mit der Investitionsausgabe. Die Differenz beider Größen werden wir den Kapitalwert (auch NPV, net present value) nennen:

$$NPV = -I_0 + \frac{CF_1}{1 + r_f} + \frac{CF_2}{(1 + r_f)^2} + \dots + \frac{CF_T}{(1 + r_f)^T}. \quad (4)$$

Ist der NPV einer Realinvestition positiv, dann soll die Investition durchgeführt werden. Ist dagegen der Kapitalwert negativ, soll der Investor die Realinvestition unterlassen. Wenden wir uns den Grundlagen eines Steuersystems zu.

## 2.2 Buchwert, Abschreibung und Gewinn

**Lernziel:** Wir führen die Begriffe Abschreibung und Buchwert ein, die die Bemessungsgrundlage der Gewinn- und anderen Steuern im Standardmodell beschreiben werden.

Wir wollen die Steuer in unser Modell einführen. Dabei berücksichtigen wir, dass eine Steuer eventuell zwischen einer Finanzinvestition (beispielsweise eine mögliche Kapitalmarktanlage) und einer Realinvestition unterscheidet. Wir werden im Fall der Kapitalmarktanlage folgende vereinfachende Voraussetzung machen, die sich im Einklang mit einer Reihe von gesetzlichen Regelungen befindet:<sup>53</sup>

**DEFINITION 2.1 (GEWINN EINER KAPITALMARKTANLAGE)** Der Gewinn einer Kapitalmarktanlage im Zeitpunkt  $t$  ist gleich der Zinszahlung  $r_f V_{t-1}$ .

Um eine Realinvestition zu besteuern, müssen wir uns etwas mehr Mühe geben. Was soll der Gewinn einer Realinvestition sein? Dazu wollen wir einen zusätzlichen Tatbestand berücksichtigen, der bei Steuersystemen eine wichtige Rolle spielt. Viele Steuern hängen vom "Wert" oder "Ertrag" einer Anlage ab, doch ist damit nicht der gerade eingeführte Marktwert der Anlage gemeint, sondern eine

<sup>51</sup> Ist beispielsweise die linke Seite kleiner als die rechte, dann erwirbt der Investor Anteile an der Investition und borgt sich gleichzeitig die Investitionsausgabe bei der Bank. Im nächsten Zeitpunkt verkauft er die Anteile und zahlt seine Schulden. Da die linke Seite der Gleichung kleiner als die rechte Seite war, verbleibt ihm ein sicherer Gewinn. Analog argumentiert man, wenn ein umgekehrtes Vorzeichen vorliegt.

<sup>52</sup> Der erste, der die grundlegende Bedeutung der Gleichung für alle Investitionsprojekte erkannte, war Irving Fisher. Die Gleichung selbst war früher bekannt; so findet sich der Ansatz bereits Mitte des 19. Jahrhunderts in der Forstwirtschaft, siehe Viitala, E.-J. (2006), "An early contribution of Martin Faustmann to natural resource economics", *Journal of Forest Economics*, 12: S. 131-144. Fisher selbst hat auf diesen Umstand hingewiesen und betont, dass er seine Idee nicht auf spezielle Projekte (wie die Bewertung von Wäldern) beschränkt wissen will.

<sup>53</sup> Zinsen sind Einkünfte aus Kapitalvermögen und demnach einkommensteuerpflichtig. Den im Einkommensteuergesetz festgelegten Freibetrag vernachlässigen wir an dieser Stelle großzügig.

im Steuergesetz genau vorgeschriebene Wertgröße. Diese divergiert mitunter stark vom Marktwert; denken wir nur an den "Einheitswert" von Grundstücken oder an das "Niederstwertprinzip" in der Finanzbuchhaltung.

Im Modell werden wir deshalb der Realinvestition einen *verallgemeinerten Buchwert* für jeden Zeitpunkt  $t = 0, \dots, T$  zuordnen. Wir sprechen von einem verallgemeinerten Buchwert, weil unser Modell nur bedingte Ähnlichkeiten mit den Grundsätzen der Finanzbuchhaltung besitzt. Beispielsweise werden wir hier noch *nicht* voraussetzen, dass immer nur die Anschaffungsausgabe abgeschrieben werden darf. Der Buchwert ist einfach eine Zahl (positiv oder negativ), die beschreibt, wie hoch das steuerrechtliche Vermögen einer Realinvestition zu veranschlagen ist. Diesen verallgemeinerten Buchwert im Zeitpunkt  $t$  werden wir mit  $BW_t$  bezeichnen.

Mit Hilfe des Begriffes "Buchwert" sind wir in der Lage, die Abschreibung und den Gewinn zu definieren.

**DEFINITION 2.2 (VERALLGEMEINERTE ABSCHREIBUNG)** *Eine Realinvestition erleidet im Zeitpunkt  $t$  die verallgemeinerte Abschreibung*

$$AfA_t := -(BW_t - BW_{t-1}). \quad (5)$$

Wieder sprechen wir von einer verallgemeinerten Abschreibung, weil die Nähe zum externen Rechnungswesen nur bedingt gegeben ist: In der Finanzbuchhaltung wird für eine negative verallgemeinerte Abschreibung beispielsweise "Zuschreibung" genannt.<sup>54</sup>

Aus der Definition der Abschreibung folgt zuerst für die Realinvestition nach (5) der Zusammenhang

$$\begin{aligned} BW_0 &= -(BW_1 - BW_0) - (BW_2 - BW_1) - (BW_3 - BW_2) - \dots \\ &\quad - (BW_T - BW_{(T-1)}) + BW_T \\ &= AfA_1 + AfA_2 + \dots + AfA_T + BW_T. \end{aligned}$$

Wir wollen annehmen, dass der Buchwert im Endzeitpunkt gerade null ist. Diese Annahme ist gleichbedeutend mit der Forderung, dass die Realinvestition am Ende der Laufzeit vollständig abgeschrieben ist. Da  $T$  das Zeitenende ist, an dem alle Rückflüsse aufhören und alle Schulden beglichen sein müssen, wäre es sonderbar, wenn ein Buchwert noch von null verschieden wäre. Dies passt zu unserer (sonderbaren) Annahme, dass es ein Zeitenende gibt.

$$BW_T = 0. \quad (6)$$

Was ist der Gewinn einer Realinvestition?

**DEFINITION 2.3 (GEWINN EINER REALINVESTITION)** *Der Gewinn einer Realinvestition im Zeitpunkt  $t$  ist*

$$G_t := CF_t - AfA_t.$$

Dies ist in Einklang mit der steuerorientierten Literatur, wie wir beispielsweise in Scheffler (2007)<sup>55</sup> oder aber dem §4 Abs. 1 EStG entnehmen können, dort ist der Gewinn als

<sup>54</sup> Im deutschen Steuerrecht sind beispielsweise nur lineare Abschreibungen gestattet.

<sup>55</sup> Scheffler, W. (2007), *Besteuerung von Unternehmen Ü Band I: Ertrags-, Substanz- und Verkehrsteuern*, 10th. edn, C.F.Müller, UTB-Verlag.

$$\begin{array}{r}
 \text{Entnahmen} \\
 - \text{ Einlagen} \\
 + \text{ Vermögen in } t \\
 - \text{ Vermögen in } t - 1 \\
 \hline
 = \text{ Gewinn}
 \end{array}$$

definiert. Ergibt sich der Rückfluss aus der Differenz von Einlagen und Entnahmen und identifizieren wir das Vermögen als den von uns so getauften Buchwert, dann ist das exakt unsere Definition 2.3.

Gleichzeitig erkennen wir an der Definition 2.3, dass unser Modell nur ein grobes Abbild der Realität darstellt. So würde man bei einer Investition im deutschen Steuerrecht üblicherweise vom Cashflow noch die Fremdkapitalzinsen und die Veränderungen der Rückstellungen in Abzug bringen. In unserem Modell aber gibt es kein Fremdkapital (alle Investitionen werden vollständig eigenfinanziert), also fehlen sowohl Fremdkapitalzinsen als auch Rückstellungen. Wir werden im Kapitel über die DCF-Verfahren darauf zurückkommen.

### 2.3 Standardmodell einer Gewinnsteuer

**Lernziel:** Wir führen jetzt die Steuer ein und leiten eine Gleichung für den Kapitalwert der Realinvestition, die diese Steuer berücksichtigt, her.

Die einfache Gewinnsteuer soll wie im ersten Abschnitt durch Steuersubjekt, Steuerobjekt, die Bemessungsgrundlage und den Tarif charakterisiert werden. Wir treffen folgende Annahmen für diese Gewinnsteuer:<sup>56</sup>

**STEUERSUBJEKT** Steuerpflichtig ist der Investor/der Haushalt.

**STEUEROBJEKT** Rückflüsse in  $t > 0$  (Kapitalmarktzinsen und Cashflows einer Realinvestition) sind Gegenstand der Besteuerung.

**BEMESSUNGSGRUNDLAGE** Die Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer ist der Gewinn. Dies gilt auch für negative Bemessungsgrundlagen ("sofortiger Verlustausgleich").

**TARIF** Die Bemessungsgrundlage wird proportional besteuert. Der Steuersatz, bezeichnet mit  $\tau$ , ist unabhängig von der Höhe der Bemessungsgrundlage.

Wir gehen weiter davon aus, dass die Steuer zum Zeitpunkt des Zuflusses gezahlt wird. Ebenso findet keine Steuerüberwälzung statt; die Rückflüsse der Realinvestition sind unabhängig von der Besteuerung.

Wir zeigen, wie diese Steuerschuld die Arbitrageüberlegungen unseres Modells modifizieren muss und welche Konsequenzen sich ergeben. Dazu notieren wir die Gleichung (3) und fügen die Steuer

<sup>56</sup> Siehe beispielsweise Kruschwitz, L. (1998), *Investitionsrechnung*, 7. edn, Oldenbourg, München, Wien, S. 132ff.

ein.

$$\underbrace{(1+r_f)V_t - \tau r_f V_t}_{\text{versteuerte Kapitalmarktanlage}} = \underbrace{V_{t+1} + CF_{t+1} - \tau(CF_{t+1} - AfA_{t+1})}_{\text{versteuerte Realinvestition}} \quad (7)$$

Welche Wirkung hat diese Steuer auf die Vorteilhaftigkeitsentscheidung der Realinvestition? Dazu leiten wir den Kapitalwert aus der Gleichung (7) ab. Durch Umstellen folgt

$$V_t = \frac{V_{t+1} + CF_{t+1} - \tau(CF_{t+1} - AfA_{t+1})}{1 + r_f(1 - \tau)}$$

und durch wiederholtes Einsetzen dieser Gleichung

$$V_0 = \frac{CF_1 - \tau(CF_1 - AfA_1)}{1 + r_f(1 - \tau)} + \frac{CF_2 - \tau(CF_2 - AfA_2)}{(1 + r_f(1 - \tau))^2} + \dots + \frac{CF_T - \tau(CF_T - AfA_T)}{(1 + r_f(1 - \tau))^T}.$$

Wir erkennen, dass die Kapitalwertformel wie folgt lauten muss (um diesen Kapitalwert vom Kapitalwert ohne Einbeziehung der Steuern unterscheiden zu können, haben wir ihn mit dem Index  $\tau$  versehen)

$$NPV^\tau := -I_0 + \frac{CF_1(1 - \tau) + \tau AfA_1}{1 + r_f(1 - \tau)} + \dots + \frac{CF_T(1 - \tau) + \tau AfA_T}{(1 + r_f(1 - \tau))^T}. \quad (8)$$

Unser Ergebnis ist intuitiv. Im Zähler der Kapitalwertformel finden sich die Cashflows der Investition abzüglich der Steuerzahlungen auf die Investition. Der Investor vergleicht diese mit den (alternativen) Zinseinnahmen aus seiner Kapitalanlage. Diese Kapitalanlage ist aber ebenfalls steuerpflichtig. Die Steuern auf die Kapitalanlage werden nicht im Zähler erfasst, sondern im Nenner. Der Zinssatz sinkt von  $r_f$  auf  $r_f(1 - \tau)$  und das lässt sich so interpretieren, als ob die Zinsen bereits an der Quelle (nämlich dem Kapitalmarkt oder der Bank) versteuert werden. Statt dem Zinssatz  $r_f$  würde dann von der Bank nur der versteuerte Zins  $r_f(1 - \tau)$  gezahlt.

Wenn am Ende der Laufzeit entgegen der Annahme 6 die Investition einen Restbuchwert aufweisen sollte, dann ist die Kapitalwertgleichung um die in  $T$  veränderte Steuerzahlung zu modifizieren. Wenn  $LE_T$  den Liquidationserlös bezeichnet, ist noch der Veräußerungsgewinn in Höhe von  $LE_T - BW_T$  zu versteuern und die Kapitalwertgleichung lautet in diesem Fall

$$NPV^\tau := -I_0 + \dots + \frac{CF_T(1 - \tau) + \tau AfA_T}{(1 + r_f(1 - \tau))^T} + \frac{LE_T - \tau(LE_T - BW_T)}{(1 + r_f(1 - \tau))^T}.$$

*Beispiel* Die Nutzungsdauer einer Realinvestition wird auf vier Jahre veranschlagt, und der Buchwert von 5.000 soll linear abgeschrieben werden, Buchwert und Anschaffungsausgabe sind identisch. Die Rückflüsse belaufen sich in den ersten beiden Jahren auf 0 und in den restlichen zwei Jahren auf 3.000 und 4.000. Wie hoch ist der Kapitalwert unter Berücksichtigung der Steuern, wenn der Kalkulationszinsfuß  $r_f = 10\%$  und der Gewinnsteuersatz  $\tau = 20\%$  beträgt?

Zeitpunkt	t	0	1	2	3	4
Realinvestition	$CF_t$	-5.000	0	0	3.000	4.000
Steuerschuld	$\tau(CF_t - AfA)$		-250	-250	350	550
Nach-Steuer-CF		-5.000	250	250	2.650	3.450
Diskontfaktor	$\frac{1}{(1+r_f(1-\tau))^t}$	1	0,9259	0,8573	0,7938	0,7350

Der Kapitalwert ist dann  $NPV^\tau = 85$ .

#### 2.4 Ein Steuerparadox

**Lernziel:** Wir betrachten den Kapitalwert einer Realinvestition und zeigen, dass die Einbeziehung von Steuern dazu führen kann, dass der Kapitalwert mit dem Steuersatz wächst.

Wir wollen den Kapitalwert unter Steuern in diesem Abschnitt genauer untersuchen. Dabei interessieren wir uns für die Frage, wie sich eine Veränderung des Gewinnsteuersatzes  $\tau$  auf den Kapitalwert nach Steuern auswirkt. Für diese Untersuchung sprechen zwei Gründe.

- Der Steuersatz kann durch den Gesetzgeber geändert werden. Es ist daher wichtig, den Kapitalwert als Funktion des Steuersatzes zu kennen.
- Gemäß dem *neoklassischen Paradigma* soll eine Steuer die Rangfolge von Investitionsentscheidungen nicht ändern, da anderenfalls gesamtwirtschaftliche Wohlfahrtsverluste auftreten (der Gesetzgeber "subventioniert" nicht rentable Projekte) könnten. Das bedeutet zum Beispiel, dass die Entscheidung über Annahme oder Ablehnung einer Investition unabhängig vom Steuersatz (und damit der Einbeziehung von Steuern überhaupt) zu sein hat.

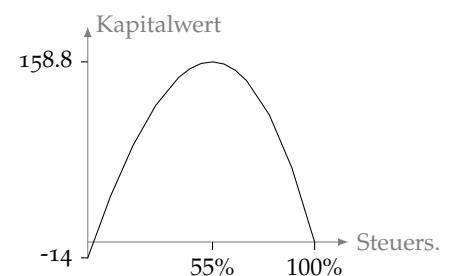
Wir vermuten, dass die Einbeziehung von Steuern einen Einfluss auf Investitionsentscheidungen haben kann. Betrachten wir ein Beispiel.

*Beispiel* Gegeben ist die Investition aus dem vorigen Beispiel. Die Kapitalwerte bei unterschiedlichen Steuersätzen  $\tau$  sind in Abbildung 6 dargestellt. Insbesondere beträgt der Kapitalwert ohne Steuern -14: Er ist negativ.

Dieses Beispiel offenbart, dass es durch die Steuer zu einer Veränderung der Investitionsentscheidung eines Projektes kommt: Bei  $\tau = 0\%$  wird es verworfen, während es bei einem Steuersatz  $\tau = 60\%$  durchgeführt wird. Wir werden im Folgenden ein derartiges Steuersystem paradox nennen. Ein *Steuerparadox* liegt vor, wenn es wenigstens ein Projekt gibt, bei dem eine Variation des Steuersatzes zu einem Vorzeichenwechsel beim Kapitalwert führt.

Es gibt in einer Reihe von Lehrbüchern eine andere Definition. Dort wird von einem paradoxen Steuersystem gesprochen, wenn

Abbildung 6: Steuerparadoxon: Der Kapitalwert ist keine monotone Funktion des Steuersatzes.



### 3 Steuern unter Unsicherheit: DCF-Verfahren

*Die Investmentbanker waren halb Croupiers, halb Alchimisten. Sie zauberten wilde Pläne hervor, hämmerten, um sie zu rechtfertigen, immer neue und noch exotischere Computerberechnungen aus ihren Rechnern und ließen ihre Lockungen dann in einem Teufelstanz vor den Konzernmanagern wirbeln...*

*Warum interessierten sich diese Leute so sehr für das, was aus ihren Computern, und so wenig für das, was aus ihren Fabriken kam? Wieso waren sie so versessen darauf, zu zerschlagen, statt aufzubauen? Und zuletzt: Was hatte all das mit Unternehmertum zu tun?*

“Barbarians at the Gate”

In diesem Abschnitt wollen wir die Untersuchungen der Steuerwirkungen auf Probleme der Unternehmensbewertung anwenden. Im Unterschied zum ersten Kapitel dieses Skriptes sind die Cashflows unsicher und daher *Zufallsvariablen*. Wir kennzeichnen sie im Folgenden mit einer Tilde:  $\widetilde{CF}_t$ . Ebenso hatten wir im vorangegangenen Kapitel eine Situation unterstellt, in der es eine Einzelinvestition gab. Statt von einer Realinvestition sprechen wir auch von einem *Unternehmen*. Jetzt wollen wir annehmen, dass neben Eigenkapitalgebern des Unternehmens auch Fremdkapitalgeber existieren und sich beide hinsichtlich des Risikos, das sie bei der Finanzierung eingehen und hinsichtlich der Art und Weise, wie sie steuerlich behandelt werden, unterscheiden.

Das Institut der Wirtschaftsprüfer hat in seinem Standard ES 1 aus dem Jahr 2004 (“Institut der Wirtschaftsprüfer (2005). IDW ES 1 n.F., *Die Wirtschaftsprüfung*, 1121-1125”) eine Reihe von Regeln zur Bewertung von Unternehmen formuliert. Diese Regeln haben den Namen “Ertragswertverfahren” erhalten und sie werden fortlaufend aktualisiert. Neben dem Ertragswertverfahren werden ebenfalls Methoden des “Discounted Cashflow” (DCF) aus dem angelsächsischen Raum favorisiert. Die Unterschiede zwischen beiden Verfahren sind nicht in allen Fällen klar herauszuarbeiten, da das Ertragswertverfahren als eine Sammlung von Grundsatzthesen, die DCF-Verfahren in einigen Fällen aber nur als Berechnungsmethoden zur Ermittlung von Steuervorteilen verstanden werden. Wir wollen uns hier den Grundlagen der DCF-Verfahren widmen. Auf das Ertragswertverfahren werden wir nur am Rande eingehen.

Im Gegensatz zum ersten Kapitel werden wir im Folgenden keine NPV-Gleichungen herleiten. In der Unternehmensbewertung genügt es, ausschließlich Gleichungen für den fairen Marktwert (“Unternehmenswert”) zu finden. Häufig besteht ein zentrales Problem der Unternehmensbewertung gerade darin, sich über den Grenzpreis (den Kauf- oder Verkaufspreis eines Unternehmens) zu einigen.

## 3.1 Bedingte Erwartungen und Kapitalkosten

**Lernziel:** Unsere Überlegungen aus dem vorigen Kapitel sollen auf unsichere Cashflows übertragen werden. Dazu müssen wir zuerst den Modellrahmen beschreiben: Was bedeutet "Unsicherheit" bei Cashflows? Wir gehen dazu auch auf den bedingten Erwartungswert ein.

Liegt die Unsicherheit nicht nur in einem, sondern in mehreren zukünftigen Zeitpunkten vor, so pflegt man dieses Phänomen als einen immer dichter werdenden Nebel zu beschreiben. Wenn trotz eines immer dichter werdenden Nebels dennoch eine Bewertung eines Unternehmens möglich ist, so deshalb, weil eine Reihe von (heroisch anmutenden) Annahmen unterstellt wird. Wir wollen auf diese Annahmen jetzt eingehen.

Wir betrachten ein Modell eines Unternehmens, das in der Zukunft unsichere Cashflows verspricht. Uns interessiert eine Darstellung, die unsere Vorstellung eines immer dichter werdenden Nebels der Unsicherheit beschreibt. Alle Überlegungen werden wir im Folgenden an einem Beispiel illustrieren. Auch die generellen Aussagen, deren wir uns im Verlauf bedienen, werden nicht hergeleitet. Wenn Sie an Beweisen interessiert sind, so empfehlen wir Ihnen den Besuch einer fortgeschrittenen Vorlesung.<sup>72</sup>

Betrachten Sie bitte die Abbildung 9. In dieser Abbildung sind die möglichen Cashflows eines Unternehmens in der Zukunft dargestellt. Das Unternehmen lebt drei Perioden. Alle Auf- und Abwärtsbewegungen<sup>73</sup> der Cashflows erfolgen jeweils mit gleicher Wahrscheinlichkeit.

Unter  $CF_0$  verstehen wir nicht einen Cashflow des Zeitpunktes null (in diesem Zeitpunkt gibt es gar keinen Cashflow), sondern diejenige Zahl, die den Ausgangspunkt der zukünftigen Cashflow-Entwicklung darstellt.

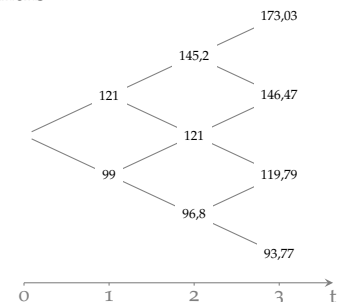
Betrachten Sie den Cashflow im Zeitpunkt  $t = 3$ . Er hängt offensichtlich von Ereignissen in der Zukunft ab, die wir heute noch nicht kennen. Insgesamt gibt es vier verschiedene Realisationen des Cashflows. Das soll uns aber nicht davon abhalten, darüber nachzudenken, was wir im Zeitpunkt  $t = 1$  über den Cashflows  $\widetilde{CF}_3$  denken werden. Es ist erkennbar, dass sich für unseren Investor der Nebel etwas gelichtet haben wird. Er wird die Realisation des ersten Cashflows kennen und sollte daher etwas mehr über die zukünftige Zahlung  $\widetilde{CF}_3$  wissen. Was heißt das genau?

Wir müssen an dieser Stelle sprachlich präzise sein, damit klar wird, über welche Größe wir reden. Uns geht es darum, dasjenige Wissen zu beschreiben, das ein Investor im Zeitpunkt  $t > 0$  basierend auf der heutigen Situation hat. Wir betten diese Situation in ein Modell in  $t = 0$  ein. Der Investor denkt also heute darüber nach, was er in der Zukunft möglicherweise alles wissen wird. Wir sprechen jedoch nicht darüber, was er dann in  $t$  tatsächlich weiß – wir reden nur darüber, was er (aufgrund des Modells) wissen sollte.<sup>74</sup> Dies sind zwei verschiedene Dinge.

<sup>72</sup> Beispielsweise "Discounted Cashflow-Verfahren".

<sup>73</sup> Wir verwenden die Begriffe Auf- und Abwärtsbewegung, weil die Darstellung dies nahe legt. Nicht in allen Fällen sinkt der Cashflow bei einer Abwärtsbewegung (wenn der entsprechende Pfeil nach unten zeigt), betrachten Sie dazu etwa den obersten Knoten im Zeitpunkt  $t = 2$ . Des Weiteren besitzt unser Binomialbaum nicht die Eigenschaft zeitlich konstanter auf- und down-Wachstumsraten in jedem Knoten, wie Sie deutlich erkennen können: Anderenfalls dürfte im oberen Knoten der Cashflow bei der Abwärtsbewegung von  $t = 1$  nach  $t = 2$  nicht konstant bleiben, sondern müsste wie unten von  $t = 1$  nach  $t = 2$  sinken.

Abbildung 9: Ein Beispiel für mögliche zukünftige Cashflows eines Unternehmens



<sup>74</sup> Die Zukunft könnte also "in Wirklichkeit" völlig anders aussehen. Wenn in der Zukunft sich tatsächlich einer der beiden genannten Zustände realisiert, wenn also der Cashflow in  $t = 1$  wirklich entweder 99 oder 121 beträgt, so sprechen wir von rationalen Erwartungen. Ist der tatsächliche Cashflow des Zeitpunktes  $t = 1$  keiner der beiden Werte, so kann der Investor unser Modell vernichten und mit seinen Überlegungen von vorn beginnen!



Zurück zum Beispiel. Wenn der Investor über sein Wissen über  $\widetilde{CF}_3$  im Zeitpunkt  $t = 1$  nachdenkt, wird er zuerst folgende Tatsache festhalten. Das Wissen wird davon abhängen, ob er sich im oberen Knoten oder im unteren Knoten befindet. Wenn er Erwartungen über  $\widetilde{CF}_3$  in  $t = 1$  bildet, muss er diese Tatsache in Betracht ziehen. Er wird an dieser Stelle also keine klassische Erwartung  $E[\widetilde{CF}_3]$  (die im übrigen 133,1 wäre) bilden, weil diese klassische Erwartung gerade nicht zwischen dem oberen und dem unteren Knoten differenziert. Vielmehr wird er je nach vorliegendem Knoten *zwei* unterschiedliche Erwartungswerte berechnen. Man spricht in diesem Fall von einer bedingten Erwartung, da der Erwartungswert von einer Bedingung (nämlich "In welchem Knoten werde ich sein?" oder auch "Wie hoch wird der Cashflow  $\widetilde{CF}_1$  sein?") abhängt. Mit der bedingten Erwartung versucht der Investor seine Erwartungen, die er in der Zukunft haben wird, zu beschreiben – die klassische Erwartung dagegen beschreibt nur die Erwartungen des heutigen Tages. Die bedingten Erwartungen sind für unsere Theorie deshalb notwendig, weil der Begriff der Kapitalkosten darauf beruhen wird.

Berechnen wir die Erwartungswerte des Beispiels. Befindet sich der Investor im oberen Knoten, so wird der Cashflow im Zeitpunkt  $t = 3$  nur noch die Werte 173,03, 146,41 oder 119,79 annehmen können. Der Wert 93,17 ist ausgeschlossen. Da der Wert 146,41 auf zwei Wegen erreicht werden kann, gilt für den Erwartungswert im oberen Knoten

$$E[\widetilde{CF}_3 | \text{oberer Knoten in } t = 1] = \frac{1}{4}173,03 + \frac{1}{2}146,41 + \frac{1}{4}119,79 = 146,41.$$

Analog erhalten wir

$$E[\widetilde{CF}_3 | \text{unterer Knoten in } t = 1] = \frac{1}{4}146,41 + \frac{1}{2}119,79 + \frac{1}{4}93,17 = 119,79.$$

Fassen wir die Rechnung zusammen. Der Investor wird, wenn er in  $t = 1$  über  $\widetilde{CF}_3$  nachdenkt, nicht den klassischen Erwartungswert bilden. Vielmehr bildet er den bedingten Erwartungswert. Dies ist eine Größe, die auf die Bedingung, in welchem Knoten er sich gerade befindet, Rücksicht nimmt. Einen solchen bedingten Erwartungswert schreiben wir im folgenden  $E[\widetilde{CF}_3 | \mathcal{F}_1]$  und damit haben wir<sup>75</sup>

$$E[\widetilde{CF}_3 | \mathcal{F}_1] = \begin{cases} 146,41 & \text{wenn } \widetilde{CF}_1 = 121, \\ 119,79 & \text{wenn } \widetilde{CF}_1 = 99. \end{cases}$$

Was fällt an diesem Beispiel auf? Wir bemerken zuerst, dass der bedingte Erwartungswert eine *Zufallsvariable* ist. Sie sollten einen Moment innehalten und sich diese Aussage verdeutlichen. Der bedingte Erwartungswert wird von zukünftigen Zuständen abhängen ("in welchem Knoten werde ich sein?") und damit unsicher sein können. Die klassische Erwartung dagegen ist eine Zahl, sie ist immer sicher. Für die bedingte Erwartung gilt dies jedoch nicht notwendigerweise; sie kann unsicher sein.

<sup>75</sup> Das geheimnisvolle Symbol  $\mathcal{F}_1$  beschreibt die Information, die der Investor im Zeitpunkt  $t = 1$  besitzt. Wir gehen nicht darauf ein, warum man so ein kryptisches Zeichen verwendet.

Zum anderen fällt auf, dass für das Ergebnis sogar folgender Zusammenhang gilt

$$E[\widetilde{CF}_3 | \mathcal{F}_1] = (1 + 10\%)^{3-1} \cdot \widetilde{CF}_1.$$

Dies ist kein Zufall. Wir haben unsere Cashflows absichtlich so gewählt, dass sie diese Eigenschaft besitzen. Um unsere Überlegungen zu veranschaulichen, wiederholen wir unsere Überlegungen ein zweites Mal und wenden uns dem Wissen des Investors im Zeitpunkt  $t = 2$  zu. Wieder berechnen wir den bedingten Erwartungswert. In  $t = 2$  sind nun nicht mehr zwei, sondern drei mögliche Zustände denkbar. Daher wird die bedingte Erwartung nicht zwei, sondern drei Zeileneinträge besitzen: je nachdem, ob wir uns im oberen, mittleren oder unteren Knoten befinden.

Im oberen Knoten wird der Investor sofort die Cashflows 119,79 und 93,17 für  $\widetilde{CF}_3$  ausschließen können. Also errechnet er einen Erwartungswert von

$$E[\widetilde{CF}_3 | \text{oberer Knoten in } t = 2] = \frac{1}{2}173,03 + \frac{1}{2}146,41 = 159,72.$$

Wir sparen uns die Darstellung der Berechnung für die anderen Knoten und notieren gleich das Endergebnis

$$E[\widetilde{CF}_3 | \mathcal{F}_2] = \begin{cases} 159,72 & \text{wenn } \widetilde{CF}_2 = 145,2 \\ 133,1 & \text{wenn } \widetilde{CF}_2 = 121 \\ 106,48 & \text{wenn } \widetilde{CF}_2 = 96,8 \end{cases} \quad (20)$$

Abgesehen davon, dass auch dieser Erwartungswert unsicher ist, gilt wiederum

$$E[\widetilde{CF}_3 | \mathcal{F}_2] = (1 + 10\%)^{3-2} \cdot \widetilde{CF}_2$$

und wir werden im folgenden von dieser Relation fortlaufend Gebrauch machen.

Cashflows, die diesem Bewegungsgesetz gehorchen, weisen also eine Art "durchschnittliche konstante Wachstumsrate" (in unserem Beispiel 10%) auf. Beachten Sie jedoch, dass es sich um eine durchschnittliche Wachstumsrate, nicht aber um die Wachstumsrate in jedem einzelnen Knoten handelt. So wächst der Cashflows  $CF_1 = 121$  im Fall der Aufwärtsbewegung zum 20% auf 145,2 und im Fall der Abwärtsbewegung "wächst" er um 0% auf 121. Konstant ist also in diesem Beispiel nur die durchschnittliche Wachstumsrate, nicht aber die einzelnen konkreten Wachstumsfaktoren.

Wir unterstellen einen gewissen Verlauf der Cashflows, der sich durch ein allgemeines Bewegungsgesetz beschreiben lässt. Man spricht auch von "autoregressiven Cashflows" (unter Unsicherheit).<sup>76</sup>

**ANNAHME 3.1 (KONSTANTE DURCHSCHNITTLICHE WACHSTUMSRATE)**  
Für die Cashflows  $\widetilde{CF}_t$  und alle Zeitpunkte  $s \leq t$  gilt der Zusammenhang

$$E[\widetilde{CF}_t | \mathcal{F}_s] = (1 + g)^{t-s} \widetilde{CF}_s. \quad (21)$$

<sup>76</sup> Der Begriff der "Autoregression" entstammt der Statistik. Wir verwenden ihn hier, ohne auf die Herkunft der Bezeichnung einzugehen.

$g$  ist dabei eine Wachstumsrate von beliebiger, aber heute bereits sicherer Größe.

Wenn die Cashflows unendlich lange fließen, spricht man auch von einer "ewigen Rente".

Wir benötigen im folgenden das so genannte Gesetz der iterierten Erwartung. Dieses Gesetz beschreibt, wie eine Erwartung über eine Erwartung zu berechnen ist: Das Gesetz der iterierten Erwartung klärt, wie sich unser Wissen im Zeitablauf vermehrt und was wir über unser "Wissen wissen". Wir werden mit der Zeit immer klüger, und dieser Zusammenhang sollte sich auch bei der Berechnung der bedingten Erwartung widerspiegeln. Das dem zugrunde liegende Gesetz ist allerdings nicht ganz einfach.

Gehen wir dazu zurück zu unserem Beispiel und betrachten wir  $E[E[\widetilde{CF}_3 | \mathcal{F}_2] | \mathcal{F}_1]$ . Wollten wir diesen Erwartungswert verbal beschreiben, so handelt es sich um die Fragestellung: "Was wissen wir über die Erwartungen von  $\widetilde{CF}_3$  im Zeitpunkt  $t = 2$ , wenn wir darüber im Zeitpunkt  $t = 1$  nachdenken?". Zuerst müssen wir uns klarmachen, wie viel Zustände bei diesem bedingten Erwartungswert denkbar sind. Der Investor verfügt letztendlich über die Informationen des Zeitpunktes  $t = 1$ . In diesem Zeitpunkt waren zwei Zustände denkbar, die durch den oberen und den unteren Knoten oder auch durch die Bedingung  $\widetilde{CF}_1 = 121$  oder  $\widetilde{CF}_1 = 99$  beschrieben werden.

Konzentrieren wir uns auf den oberen Knoten. In diesem oberen Knoten ist dem Investor klar, dass der Pfad  $\widetilde{CF}_2 = 96,8$  nie erreicht werden kann. Er wird also in dem Ausdruck (20) den dritten Eintrag (die dritte Zeile) einfach ignorieren. Die beiden anderen Zeilen werden dann gleich wahrscheinlich und er erhält

$$E[E[\widetilde{CF}_3 | \mathcal{F}_2] | \text{oberer Knoten in } t = 1] = \frac{1}{2}159,72 + \frac{1}{2}133,1 = 146,41$$

Gehen wir zum unteren Knoten. Jetzt ist offensichtlich, dass der Wert  $\widetilde{CF}_2 = 145,2$  unerreichbar wird. Also gilt

$$E[E[\widetilde{CF}_3 | \mathcal{F}_2] | \text{unterer Knoten in } t = 1] = \frac{1}{2}133,1 + \frac{1}{2}106,48 = 119,79$$

Fassen wir zusammen

$$\begin{aligned} E[E[\widetilde{CF}_3 | \mathcal{F}_2] | \mathcal{F}_1] &= \begin{cases} 146,41 & \text{wenn } \widetilde{CF}_1 = 121 \\ 119,79 & \text{wenn } \widetilde{CF}_1 = 99 \end{cases} \\ &= E[\widetilde{CF}_3 | \mathcal{F}_1]. \end{aligned}$$

Wir stellen fest, dass wir uns die aufwendige Rechnung hätten sparen können. Als Ergebnis des Erwartungswerts ergibt sich unmittelbar  $E[\widetilde{CF}_3 | \mathcal{F}_1]$ : wir hätten also einfach die Information  $\mathcal{F}_2$  bei der Bestimmung des Erwartungswertes weglassen können. Diese Eigenschaft ist ebenfalls ein generelles Gesetz, das wir hier nicht beweisen: Man kann bei der iterierten Erwartungsbildung alle Zwischenzeitpunkte einfach vernachlässigen, ohne einen Fehler zu

begehen! Damit gilt allgemein für  $s_1 < s_2 < t$

$$E[E[\widetilde{CF}_t | \mathcal{F}_{s_2}] | \mathcal{F}_{s_1}] = E[\widetilde{CF}_t | \mathcal{F}_{s_1}]. \quad (22)$$

und dieses Gesetz wird auch das Gesetz der iterierten Erwartung genannt.<sup>77</sup>

Das Gesetz der iterierten Erwartung besagt, dass unser Wissen über die Zukunft in sich konsistent sein muss. Wenn wir Informationen verschiedener Zeitpunkte in Betracht ziehen können, so wissen wir am Ende immer nur so viel, wie uns am frühesten Zeitpunkt (dem Zeitpunkt mit der geringsten Information über die Unsicherheit) zur Verfügung steht. Alle Gedanken, die auf dem Wissen des frühesten Zeitpunktes aufbauen, können nicht wirklich neue Information generieren.

Wir kommen zum zweiten Element der DCF-Verfahren, den Kapitalkosten des Unternehmens. Im Fall unter Sicherheit hatten wir vorausgesetzt, dass die Cashflows des Unternehmens (der Realinvestition) zum risikolosen Zinssatz  $r_f$  verzinst werden. Da wir uns in einer unsicheren Welt befinden, lassen wir die Annahme einer risikolosen Verzinsung fallen. Vielmehr wird statt des sicheren nun ein anderer Zinssatz Verwendung finden. Wir sprechen auch von den Kapitalkosten des Unternehmens. Da dieser Begriff in der Literatur regelmäßig nicht präzise definiert wird, wollen wir uns an dieser Stelle etwas mehr Mühe geben.<sup>78</sup> Beachten Sie bitte, dass der Begriff ein Ergebnis einer historischen Entwicklung ist – die von uns definierten Kapitalkosten haben nichts mit den “Kosten” im kostenrechnerischen Sinn zu tun.

Wir verstehen unter  $\widetilde{V}_t$  im folgenden den Marktwert eines Unternehmens im Zeitpunkt  $t$ . Beachten Sie bitte weiter, dass  $\widetilde{V}_t$  nicht der Buchwert des Unternehmens ist. Wenn wir von Werten sprechen, so meinen wir immer den Gesamtwert der Anteile eines Unternehmens, die am Markt gehandelt werden. Dieser Gesamtwert entspricht der Summe der Aktienpreise (daraus setzt sich das Eigenkapital zusammen) zuzüglich der Summe der Anleihenpreise und der Werte der Verbindlichkeiten gegenüber Kreditinstituten (daraus setzt sich das Fremdkapital zusammen). Verschuldungsgrade und Fremdkapitalquoten werden ebenfalls zu Marktwerten gemessen.

Wir verstehen im folgenden unter Kapitalkosten immer (bedingte) erwartete Renditen. Dies wird durch nachfolgende Definition deutlich.

**DEFINITION 3.2 (KAPITALKOSTEN)** Kapitalkosten  $k$  eines Unternehmens im Zeitpunkt  $t$  sind (bedingte) erwartete Renditen

$$k_t = \frac{E[\widetilde{V}_{t+1} + \widetilde{CF}_{t+1} | \mathcal{F}_t]}{\widetilde{V}_t} - 1.$$

Wie ist diese Definition zu verstehen? Wir gehen zurück zu unserem Beispiel einer Welt mit drei Zeitpunkten. Wir versetzen uns gedanklich in den Zeitpunkt  $t = 2$  und fragen, welche Rendite wir

<sup>77</sup> Man spricht von “iterierter Erwartung”, weil zwei aufeinanderfolgende Erwartungen berechnet werden.

<sup>78</sup> Die Frage, wie sich die Höhe dieser Verzinsung ermittelt, können wir im Rahmen dieser Veranstaltung nicht behandeln. Dies ist Gegenstand des CAPM und wird in der Vorlesung “Kapitalmarkttheorie” behandelt.

erwirtschaften würden, wenn wir für eine Periode das betrachtete Unternehmen erwerben. Der Kapitaleinsatz beträgt  $\tilde{V}_2$ , da wir zu diesem Betrag das Unternehmen erwerben. Eine Periode später erhalten wir die Dividende  $\tilde{CF}_3$  und einen möglichen Restwert  $\tilde{V}_3$ . Das ergibt zusammen eine Rendite von

$$\frac{\tilde{V}_3 + \tilde{CF}_3}{\tilde{V}_2} - 1$$

und diese Rendite ist natürlicherweise unsicher. Unter Kapitalkosten verstehen wir nun nicht die Rendite an sich, sondern die erwartete Rendite.

Wir haben in den bisherigen Ausführungen aber gelernt, dass wir Erwartungswerte zu verschiedenen Zeitpunkten ( $t = 0,1,2$ ) bilden können. Es ist für die Theorie der Unternehmensbewertung unabdingbar, dass wir hier den Erwartungswert der Periode  $t = 2$  (also der Periode, in der die Anlage in das Unternehmen erfolgt!) bilden. Nur wenn wir den Erwartungswert bezüglich der Periode  $t = 2$  bilden, ist für den Investor der Nenner  $\tilde{V}_2$  eine bekannte Variable und er wird diesen Nenner wie eine fast sichere Größe behandeln können. Die Kapitalkosten sind also

$$k = \frac{E[\tilde{V}_3 + \tilde{CF}_3 | \mathcal{F}_2]}{\tilde{V}_2} - 1$$

und genau das steht in der obigen Definition. Klassische erwartete Renditen wie

$$E \left[ \frac{\tilde{V}_3 + \tilde{CF}_3}{\tilde{V}_2} \right] - 1 \quad \text{oder} \quad \frac{E[\tilde{V}_3 + \tilde{CF}_3]}{E[\tilde{V}_2]} - 1$$

sind für die Theorie der Unternehmensbewertung nicht von Nutzen, dies müssen Sie hier ohne Beweis akzeptieren.

Bisher haben wir gelernt, wie man Kapitalkosten zweckmäßigerweise definiert. Diese Definition genügt aber noch nicht den Anforderungen, die in der Unternehmensbewertung notwendig sind. Um dies zu verstehen, gehen wir zurück zu unserem Beispiel. Dort steht die Erwartung im Zeitpunkt  $t = 2$  der Rendite, die wir bei Anlage in ein Unternehmen erzielen werden. Da es sich um eine bedingte Erwartung handelt, wird diese Rendite höchstwahrscheinlich unsicher sein – dies ist auch ökonomisch plausibel, denn niemand kann heute voraussagen, wie viel Geld er mit einer Aktie in der Zukunft verdienen kann. Unsere Erwartung über die tatsächliche Rendite kann davon abhängen, in welchem Knoten in  $t = 2$  wir uns befinden werden. Um aber eine Bewertungsgleichung herleiten zu können, ist es notwendig, die folgende Annahme zu treffen.

**ANNAHME 3.3 (KONSTANTE KAPITALKOSTEN)** Die Kapitalkosten  $k_t$  sind bereits heute sicher und seien (der Einfachheit halber) konstant. Wir nehmen weiter an, dass die Kapitalkosten  $k$  größer als die Wachstumsrate  $g$  sind.