Das CAPM mit deutscher Einkommensteuer

Martin Jonas[*], Andreas Löffler[†] und Jörg Wiese[‡]

erschienen in Die Wirtschaftsprüfung, 57:17 (2004), 898–906

1 Einleitung

Die Erfassung persönlicher Steuern in der Unternehmensbewertung ist seit jeher strittig. Zwar besteht Einigkeit darüber, dass sie grundsätzlich nicht unternehmenswertneutral sind und daher in den Kalkül integriert werden müssen.[1] Dies folgt unmittelbar als Umkehrschluss aus engen Irrelevanzbedingungen. Unterschiedliche Auffassungen bestehen indes darüber, wie Steuern in einer Welt unsicherer Erwartungen adäquat in den Unternehmensbewertungskalkül zu integrieren sind. In jüngerer Zeit verweist die Literatur vermehrt auf das von *Brennan*[2] entwickelte Nachsteuer-CAPM.[3] Hintergrund dessen ist unter anderem, dass dieses Modell differenzierte Steuersätze auf unterschiedliche Einkünfte aus Kapitalmarktanlagen erfasst und damit seit Einführung des Halbeinkünfteverfahrens auch für das deutsche Steuersystem als geeignet erscheint. Es ist nicht Anliegen dieses Beitrags, das deutsche Steuersystem in seinen Feinheiten im Modell abzubilden. Insbesondere bleiben Progressionseffekte vereinfachend außer Acht.

Brennan zeigt, dass unter gewissen Prämissen auch auf einem durch individuelle persönliche Steuern beeinflussten Kapitalmarkt ein Gleichgewicht und damit eine Marktrisikoprämie existiert. Ergebnis des *Brennanschen* CAPM ist jene Bruttorendite, welche die Investoren im Umfeld differenzierter Besteuerung von Kursgewinnen, Zinsen und Dividenden fordern. Hinsichtlich der Ermittlung von Nettorenditen führt das *Brennanschen* CAPM zu einem Dilemma. Es zeigt zwar auf, dass persönliche Steuern relevant sind und die beobachtbaren Preise und Renditen beeinflussen. Es zeigt aber auch, dass aus beobachtbaren Bruttorenditen nicht ohne Inkaufnahme weiterer Prämissen Nettorenditen abgeleitet werden können, weil dazu die Grenznutzen, Grenzsteuern und Erstausstattungen der Marktteilnehmer bekannt sein müssten.

[*] Warth & Klein, Düsseldorf.

[†] Lehrstuhl Banken und Finanzierung, Universität Hannover.

[‡] Seminar für Rechnungswesen und Prüfung, Ludwig–Maximilians–Universität München.

[1] Vgl. etwa *Moxter* (1983), S. 177-178; *Ballwieser* (1995), S. 36; *Richter* (2002), S. 326-330; *IDW* (2000), S. 830, Tz. 51.

[2] Vgl. *Brennan* (1970); a. *Litzenberger/Ramaswamy* (1979).

[3] Vgl. etwa *Drukarczyk/Richter* (1995), S. 562; *Richter* (2004), S. 20-21; *Schmidbauer* (2002), S. 1256; *Schultze* (2003), S. 275; *Schwetzler/Piehler* (2004), S. 14-15.

In der Bewertungspraxis hat das *Brennansche* CAPM daher keine breite Anwendung gefunden. Vielmehr ist es international üblich, das geschilderte Problem zu ignorieren und Bewertungen ohne Berücksichtigung persönlicher Steuern durchzuführen.[4] Nach dem Bewertungsstandard IDW S1 werden persönliche Steuern zwar berücksichtigt, doch erfolgt diese Berücksichtigung bislang durch einen pauschalen Abzug, für den es keine theoretische Basis gibt, und der zu Verzerrungen und Verwerfungen führt.[5]

Die Arbeit ist wie folgt aufgebaut: In Abschnitt 2 werden die Annahmen des Modells diskutiert und Bedingungen für ein Kapitalmarkt-Gleichgewicht unter Berücksichtigung von Steuern formuliert. Darauf aufbauend wird in Kapitel 3 die Kapitalmarktlinie mit Steuern für den Fall investorenspezifischer und einheitlicher differenzierter Steuersätze abgeleitet. Der Beitrag schließt mit zusammenfassenden Thesen.

2 Das Modell

Die Umwelt Das CAPM ist ein Zwei–Zeitpunkte–Modell. Die Gegenwart $t = 0$ ist sicher, die Zukunft $t = 1$ unsicher. Wir werden keine weiteren Annahmen über die Anzahl und die Struktur der Zustände treffen, die in der Zukunft eintreten können.[6] Statt dessen wenden wir uns dem Kapitalmarkt zu.

Der Kapitalmarkt: Basistitel Gehandelt werden können S riskante Basis–Wertpapiere, die Anteile an Unternehmen verbriefen, mit Rückflüssen in der Zukunft. Die Rückflüsse dieser Basistitel (die zukünftigen Aktienkurse) sind unsicher. Der Inhaber eines Titels s erhält neben dem Aktienkurs $\widetilde{Y^s}$ $(s = 1, \dots, S)$ in der Zukunft eine sichere Dividende D^s.

Es gibt weiter ein sicheres Wertpapier, das in der Zukunft den Kurs $Y^0 = 1$ aufweist und einen Zins in Höhe von r_f verspricht.

Wir werden im Folgenden nicht voraussetzen, dass der Kapitalmarkt vollständig ist. Die Information, die die Investoren über die Titel besitzen, bezieht sich auch nicht auf eine explizite Charakteristik der Rückflüsse. Vielmehr kennen die Investoren ausschließlich die Erwartungswerte aller riskanten Aktienkurse, für die wir

$$\mathrm{E}[\widetilde{Y}^s], \qquad s = 1, \dots, S$$

schreiben werden. Ebenso kennen die Investoren sämtliche Kovarianzen der Aktienkurse

[4] Ausnahmen sind z.B. Australien und New Zealand, wo vor den Hintergrund eines Anrechungssteuersystems Anfang der 1990er Jahre Bewertungsmodelle unter Berücksichtigung der Einkommensteuer und in Anlehnung an das Tax CAPM entwickelt wurden, vgl. etwa *Lally* (1992) und *Cliffe/Marsden* (1992).

[5] Dies kritisieren z.B. *Maul* (2003), S. 273 f., *Jonas* (2001), S. 411 ff., AL: wer noch?

[6] So könnte unser Modell unterstellen, das in der Zukunft endlich viele Zustände eintreten. Ebenso könnten wir auch voraussetzen, dass in der Zukunft unendlich viele Zustände möglich sind. Im Fall unendlich vieler Zustände könnten diese diskret (also wie die natürlichen Zahlen abzählbar) oder (wie die reellen Zahlen) nicht abzählbar sein.

riskanter Basistitel, die wir der leichteren Übersichtlichkeit in einer Matrix notieren

$$\begin{pmatrix} \mathrm{Cov}[\widetilde{Y}^1, \widetilde{Y}^1] & \mathrm{Cov}[\widetilde{Y}^1, \widetilde{Y}^2] & \cdots & \mathrm{Cov}[\widetilde{Y}^1, \widetilde{Y}^S] \\ \mathrm{Cov}[\widetilde{Y}^2, \widetilde{Y}^1] & \mathrm{Cov}[\widetilde{Y}^2, \widetilde{Y}^2] & \cdots & \mathrm{Cov}[\widetilde{Y}^2, \widetilde{Y}^S] \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \mathrm{Cov}[\widetilde{Y}^S, \widetilde{Y}^1] & \mathrm{Cov}[\widetilde{Y}^S, \widetilde{Y}^2] & \cdots & \mathrm{Cov}[\widetilde{Y}^S, \widetilde{Y}^S] \end{pmatrix}$$

Wir nehmen an, dass diese Matrix eine von null verschiedene Determinante hat. Dies ist gleichbedeutend mit der Voraussetzung, dass kein Titel am Markt redundant ist (d.h. kein Titel kann durch die verbleibenden Wertpapiere nachgebaut werden).

Jeder Basistitel wird heute gehandelt. Der Preis des s–ten Basistitels wird mit $p(\widetilde{Y}^s)$ bezeichnet. Insbesondere hat das risikolose Asset heute den Preis $p(Y^0) = 1$.

Der Kapitalmarkt: Portfolios Die Investoren bilden Portfolios aus den riskanten Basistiteln. Unter einem Portfolio verstehen wir eine Zusammenstellung der S riskanten Basistitel, die wir mit X bezeichnen. Die Einträge in dem Portfoliovektor der riskanten Titel sind wie folgt zu interpretieren:

$$X = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_S \end{pmatrix} \quad \begin{array}{ll} \longleftarrow & \text{Menge erstes riskantes Wertpapier} \\ \longleftarrow & \text{Menge zweites riskantes Wertpapier} \\ & \quad \vdots \\ \longleftarrow & \text{Menge } S\text{–tes riskantes Wertpapier} \end{array}$$

Die Zusammenstellung des Portfolios erfolgt noch in der Gegenwart, aber die Struktur des Portfolios ändert sich bis zur Zukunft morgen nicht mehr. Für diese Portfolios gelten die üblichen Rechenregeln für Erwartungswerte und Kovarianzen (Linearität etc.). Der Erwartungswert des Rückflusses eines riskanten Portfolios X sowie dessen Varianz ergeben sich dann aus dem Summen

$$\mathrm{E}[X] = \sum_{s=1}^{S} X_s \cdot (E[\widetilde{Y}_s] + D_s), \qquad \mathrm{Var}[X] = \sum_{s=1}^{S} \sum_{r=1}^{S} X_s \cdot \mathrm{Cov}[\widetilde{Y}_s, \widetilde{Y}_r] \cdot X_r.$$

Für die Preise eines Portfolios schreiben wir $p(Z)$. Weil der Markt arbitragefrei ist, gilt das Wertaddivitätstheorem

$$p(X) = \sum_{s=1}^{S} p(\widetilde{Y}^s) X_s.$$

Die Investoren Es gebe Investoren i, die als Preisnehmer auf einem Markt handeln. Im Zeitpunkt $t = 0$ besitzt jeder Investor i eine Erstausstattung $\bar{X}^i_s$ des s–ten riskanten Basistitels. Die Investoren besitzen keine Erstausstattung an risikolosen Titeln. Die Menge der Titel s, die er in seinem optimalen Portfolio hält, wird mit X^i_s bezeichnet. In Vektorschreibweise besitzt demnach der Investor die Erstausstattung $\bar{X}^i$ riskanter Titel und hält das optimale riskante Portfolio X^i. Konzentriert man sich auf das Gesamtangebot aller riskanten riskanten Wertpapiere und vernachlässigt den risikolosen Titel, dann wird als Marktportfolio die

Summe

$$M = \bar{X} = \sum_{i=1}^{I} \bar{X}^i$$

bezeichnet.

Wir betrachten nun einen Investor, der eine μ-σ–Nutzenfunktion V^i besitzt und seinen Nutzen aus dem heutigen Vermögen $p(\bar{X}^i)$ maximieren möchte. In der klassischen Form des CAPM maximiert dieser Investor eine Nutzenfunktion, die sowohl die Erwartungswerte als auch die Varianzen der Rückzahlungen umfasst. Je höher der Erwartungswert, desto höher der Nutzen des Investors. Je höher dagegen die Varianz, desto niedriger der Nutzen des Investors. Hier wollen wir unser Modell um eine Einkommensteuer erweitern, die von den Investoren getragen wird. Bemessungsgrundlage der Einkommensteuer sind die Dividenden der Wertpapiere im Portfolio sowie die realisierten Kursgewinne.

Wir unterstellen einen linearen Einkommensteuertarif. Die Steuersätze seien investorspezifisch und werden durch einen Index i bezeichnet. Der Steuersatz auf Dividenden beträgt τ_D^i. Realisierte Kursgewinne werden mit dem Steuersatz τ_K^i besteuert. Auch die risikolose Anlage wird besteuert, hier beträgt der Steuersatz τ_0^i auf die erhaltenen Zinsen. Der erwartete Rückfluss aus einem Portfolio X eines Investors i setzt sich dann aus folgenden Komponenten zusammen

$$\underbrace{(1+r_f)X_0 - \tau_0^i r_f X_0}_{\text{risikolos versteuert}} + \sum_{s=1}^{S} \underbrace{\left(X_s \cdot (\overbrace{E[Y^s]}^{\text{Aktienkurs}} + \overbrace{D^s}^{\text{Dividende}}) - \left(\tau_K^i \overbrace{(E[Y^s] - p(Y^s))}^{\text{Kursgewinn}} + \tau_D^i D^s \right) \right)}_{\text{riskant versteuert}} .$$

Nun wissen wir, dass die Dividende, der Preis riskanter Titel und der Rückfluss des risikolosen Titels die Varianz des optimalen Portfolios nicht unmittelbar beeinflussen. Damit löst ein Investor i bei Berücksichtigung der Einkommensteuer das folgende Problem

$$\begin{aligned} \max_{X,X_0} \quad & V^i \Bigg((1 + r_f(1-\tau_0^i))X_0 + \sum_{s=1}^{S} X_s \cdot \Big((1-\tau_K^i)\, \mathrm{E}[\widetilde{Y}_s] + \tau_K^i p(\widetilde{Y}_s) + (1-\tau_D^i) D_s \Big), \\ & (1-\tau_K^i)^2 \sum_{s=1}^{S} \sum_{r=1}^{S} X_s \cdot \mathrm{Cov}[\widetilde{Y}_s, \widetilde{Y}_r] \cdot X_r \Bigg), \qquad \text{s.t.} \sum_{s=1}^{S} p(X_s) + X_0 = p(\bar{X}^i). \end{aligned} \quad (1)$$

Eine Nichtnegativitätsbedingung $X \geq 0$ finden wir nicht, weil X keine Gütermengen beschreibt. Vielmehr handelt es sich um Portfolios verschiedener Basistitel und da würde die Bedingung $X \geq 0$ einen Ausschluss von Leerverkäufen bedeuten. Leerverkäufe sollen aber in unserem Modell zulässig sein. Ebenso wird der Investor sein Budget vollständig ausschöpfen – denn anderenfalls könnte er von dem verbleibenden Betrag risikoloses Asset kaufen und somit seinen Nutzen erhöhen.

Definition des CAPM–Gleichgewichts Unter einem Gleichgewicht verstehen wir eine Situation, in der zwei Bedingungen erfüllt sein müssen: zum einen fragen die Investoren Portfolios nach, die sie bei Anwendung ihrer Nutzenfunktionen als optimal betrachten würden.

Zum anderen müssen die Märkte räumen. Formal ist also ein CAPM–Gleichgewicht durch die Preise $p(Y^s)$ sämtlicher Basistitel Y^s und der optimalen Nachfragen X^i der Investoren $i = 1, \ldots, I$ vollständig beschrieben, wenn die folgenden beiden Bedingungen erfüllt sind

1. X^i ist die Lösung des μ–σ–Nutzenmaximierungsproblems (1) des Investors i.

2. Die Märkte räumen, d.h. die Gesamtnachfrage entspricht dem Gesamtangebot

$$M = \sum_{i=1}^{I} X^i$$

Die Marktäumung bezieht sich hier ganz offensichtlich nur auf die riskanten Titel. Es wird auf den ersten Blick nicht deutlich, wieso auch der Markt für das risikolose Asset räumen wird. Dies folgt allerdings aus dem Gesetz von Walras: wenn alle Märkte bis auf einen räumen und die Investoren alle ihre Budgets vollständig ausschöpfen, dann räumt auch der letzte Markt. Wir müssen uns daher um den risikolosen Titel keine Gedanken machen.

Vor– vs. Nachsteuerpreise Ein Gleichgewicht wird durch die Preise der jeweiligen Basistitel genau charakterisiert. Nehmen wir nun an, dass sich die zugrunde liegenden Steuersätze in unserem Modell ändern. A priori können wir dann nicht mehr von der Annahme ausgehen, dass die ursprünglich bestimmten Preise der Basistitel weiterhin zu einer gleichgewichtigen Situation führen: zwar bleiben die Vermögen der Investoren unverändert, aber die Einkünfte nach Steuern ändern sich und werden möglicherweise einen Einfluss auf die optimale Nachfrage ausüben. Wir können daher folgende Frage aufwerfen: Wenn $p(Y^s)$ gleichgewichtige Preise in einem Modell mit Besteuerung sind, von welcher Gestalt sind dann die gleichgewichtigen Preise in einem Modell, in dem diese Besteuerung vernachlässigt wird? Oder kurz gefragt: Welcher Zusammenhang besteht zwischen Vor– und Nachsteuerpreisen?

Diese Frage ist interessant und wichtig. Wir werden sie aber bei unseren Überlegungen vollständig ignorieren. So lange wir die Besteuerung nicht vernachlässigen und die Steuersätze unverändert halten, spielt diese Frage keine Rolle. Das hat Konsequenzen für die im Modell verwendeten Renditen. Der Term

$$r_X := \frac{(1 + r_f)X_0 + \sum_{s=1}^{S} X_s \cdot (\mathrm{E}[\widetilde{Y}_s] + D_s))}{p(X) + p(X_0)} - 1$$

bezeichnet eine erwartete Rendite, bei der die Einkommensteuer der Investoren noch nicht in Abzug gebracht wurde. Dabei werden aber Preise des Gleichgewichts mit Steuern unterstellt. Insofern ist diese Rendite nicht unbeobachtbar – vielmehr handelt es sich genau um die Rendite, deren Höhe wir aus den täglichen Kursberichten ablesen können. Wenn eine solche Rendite als Vorsteuerendite bezeichnet wird, so müssen wir aber konstatieren, dass es sich nicht um ein CAPM ohne Steuern handelt, sondern vielmehr um ein CAPM mit Steuern, aber noch nicht besteuerten Renditen, handelt.

Einen Zusammenhang dieser Rendite und der Rendite nach Abzug der Einkommensteuer können wir nur dann formulieren, wenn wir r_X in seine Bestandteile (Kursgewinnrendite und Dividendenrendite) zerlegen. Die erwartete Kursgewinnrendite des s—ten Basistitels bei noch nicht in Abzug gebrachter Einkommensteuer sei

$$k_s := \frac{\mathrm{E}[Y^s]}{p(Y^s)} - 1,$$

die Dividendenrendite bei noch nicht in Abzug gebrachter Einkommensteuer bezeichnen wir mit

$$d_s := \frac{D^s}{p(Y^s)}.$$

Die Summe beider Größen ergibt dann die erwartete Gesamtrendite des s–ten Basistitels. Analog werden wir die erwartete Kursgewinn– k_X und die Dividendenrendite d_X ganzer Portfolios X sowie des Marktportfolios bezeichnen. Unter der Rendite eines Basistitels mit in Abzug gebrachter Einkommensteuer verstehen wir dann den Ausdruck

$$r_s^{i,\tau} := (1 - \tau_K^i)k_s + (1 - \tau_D^i)d_s,$$

der ganz offensichtlich investorspezifisch sein muss. Diese Definition ist intuitiv.

Existenz und Eindeutigkeit von Gleichgewichten Wir beschäftigen uns hier nicht mit der Frage, ob bei beliebiger Erstausstattung und bei beliebigen Nutzenfunktionen der Investoren überhaupt Gleichgewichte existieren. Ebenso ignorieren wir die wichtige Fragestellung, inwieweit diese Gleichgewichte eindeutig sind. Wir wollen hier nur die Frage beleuchten, welche Eigenschaften ein Gleichgewicht hat und welche Implikationen sich dann für die Preise ergeben.

3 Die Kapitalmarktlinie mit Steuern

Zuerst wenden wir uns der Maximierungsaufgabe des i–ten Investors zu. Dazu bilden wir die Lagrangefunktion in der Variable X, X_0 und erhalten

$$\mathcal{L} = V^i \left((1 + r_f(1 - \tau_0^i))X_0 + \sum_{s=1}^{S} X_s \cdot ((1 - \tau_K^i)\,\mathrm{E}[Y^s] + \tau_K^i p(Y^s) + (1 - \tau_D^i)D_s), \right.$$
$$\left. \sum_{s=1}^{S}\sum_{r=1}^{S} X_s \cdot \mathrm{Cov}[Y^s, Y^r] \cdot X_r \right) - \lambda \left(\sum_{s=1}^{S} X_s p(Y^s) + X_0 - p(\bar{X}^i) \right)$$

Der risikolose Titel trägt zwar zu einem höheren Erwartungswert bei, hat aber keine Wirkungen auf die Varianz. Das optimale (noch nicht besteuerte) Portfolio unseres Investors wollen wir jetzt nicht mehr einfach mit X, sondern mit X^{*i} bezeichnen.

Leiten wir die Lagrange–Gleichung zuerst nach der ersten Variable X_0^{*i}, also der nachgefragten Menge an risikolosen Titeln ab, dann ergibt sich[7]

$$0 = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial X_0^{*i}} = V_\mu(\mathrm{E}[X^{*i}], \mathrm{Var}[X^{*i}]) \cdot (1 + r_f(1 - \tau_0^i)) - \lambda$$

oder umgestellt

$$\lambda = V_\mu(\mathrm{E}[X^{*i}], \mathrm{Var}[X^{*i}]) \cdot (1 + r_f(1 - \tau_0^i)). \tag{2}$$

Die Ableitungen nach der s–ten Variable ergeben[8]

$$\begin{aligned} 0 = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial X_s^{*i}} &= \frac{\partial V(\mathrm{E}[X^{*i}], \mathrm{Var}[X^{*i}])}{\partial X_s^{*i}} - \lambda p(Y^s) \\ &= V_\mu(\mathrm{E}[X^{*i}], \mathrm{Var}[X^{*i}]) \left((1 - \tau_K^i)\,\mathrm{E}[Y^s] + \tau_K^i p(Y^s) + (1 - \tau_D^i) D^s\right) + \\ &\quad + (1 - \tau_K^i)^2 V_{\sigma^2}(\mathrm{E}[X^{*i}], \mathrm{Var}[X^{*i}]) \cdot 2 \sum_{r=1}^{S} X_r^{*i}\,\mathrm{Cov}[Y^s, Y^r] - \lambda p(Y^s). \end{aligned}$$

Wir setzen die Gleichung (2) ein und erhalten

$$\begin{aligned} 0 &= V_\mu(\mathrm{E}[X^{*i}], \mathrm{Var}[X^{*i}]) \left((1 - \tau_K^i)\,\mathrm{E}[Y^s] + \tau_K^i p(Y^s) + (1 - \tau_D^i) D^s\right) + \\ &\quad + (1 - \tau_K^i)^2 V_{\sigma^2}(\mathrm{E}[X^{*i}], \mathrm{Var}[X^{*i}]) \cdot 2 \sum_{r=1}^{S} X_r^{*i}\,\mathrm{Cov}[Y^s, Y^r] - \\ &\quad - V_\mu(\mathrm{E}[X^{*i}], \mathrm{Var}[X^{*i}]) \cdot (1 + r_f(1 - \tau_0^i)) p(Y^s) \\ &= (1 - \tau_K^i)\,\mathrm{E}[Y^s] + \tau_K^i p(Y^s) + (1 - \tau_D^i) D^s + \\ &\quad + (1 - \tau_K^i)^2 \frac{V_{\sigma^2}(\mathrm{E}[X^{*i}], \mathrm{Var}[X^{*i}])}{V_\mu(\mathrm{E}[X^{*i}], \mathrm{Var}[X^{*i}])} \cdot 2 \sum_{r=1}^{S} X_r^{*i}\,\mathrm{Cov}[Y^s, Y^r] - (1 + r_f(1 - \tau_0^i)) p(Y^s) \end{aligned}$$

Wir dividieren durch den Preis $p(Y^s)$ des s–ten Basistitels und setzen die Renditedefinitionen für k_s, d_s und $r_s = k_s + d_s$ ein, dann erhalten wir

$$\begin{aligned} 0 &= (1 - \tau_K^i)(k_s + 1) + \tau_K^i + (1 - \tau_D^i) d_s + \\ &\quad + (1 - \tau_K^i)^2 \frac{V_{\sigma^2}(\mathrm{E}[X^{*i}], \mathrm{Var}[X^{*i}])}{V_\mu(\mathrm{E}[X^{*i}], \mathrm{Var}[X^{*i}])} \cdot 2 \sum_{r=1}^{S} X_r^{*i}\,\mathrm{Cov}[r_s, Y^r] - (1 + r_f(1 - \tau_0^i)) \end{aligned}$$

oder etwas umgestellt

$$\begin{aligned} 0 &= (1 - \tau_K^i) k_s + (1 - \tau_D^i) d_s - r_f(1 - \tau_0^i) + \\ &\quad + (1 - \tau_K^i)^2 \frac{V_{\sigma^2}(\mathrm{E}[X^{*i}], \mathrm{Var}[X^{*i}])}{V_\mu(\mathrm{E}[X^{*i}], \mathrm{Var}[X^{*i}])} \cdot 2 \sum_{r=1}^{S} X_r^{*i}\,\mathrm{Cov}[r_s, Y^r] \end{aligned}$$

[7] Wir benutzen hier und im nächsten Schritt die Grundregel des totalen Differentials. Danach gilt für eine beliebige Funktion $f(x, y)$ immer

$$\frac{df(x, y)}{dz} = f_x \frac{dx}{dz} + f_y \frac{dy}{dz}.$$

Für die Ableitung von V^i nach der ersten Variablen schreiben wir V_μ, für die Ableitung nach der zweiten Variablen V_{σ^2}.

[8] Der folgende Schritt enthält eine Ableitung nach einer Doppelsumme. Hier macht man sich am Beispiel für $S = 3$ leicht klar, dass die Ableitung in der Tat dem hier genannten Ausdruck entspricht.

und endlich wegen $X^{*i} = \sum_{r=1}^{S} X_r^{*i} Y^r$ auch

$$(1-\tau_K^i)^2 \operatorname{Cov}[r_s, X^{*i}] = -\frac{1}{2}\left((1-\tau_K^i)k_s + (1-\tau_D^i)d_s - r_f(1-\tau_0^i)\right) \underbrace{\frac{V_\mu(\mathrm{E}[X^{*i}], \operatorname{Var}[X^{*i}])}{V_{\sigma^2}(\mathrm{E}[X^{*i}], \operatorname{Var}[X^{*i}])}}_{=:H_i}$$

oder umgestellt

$$-\frac{1}{2}\operatorname{Cov}[r_s, X^{*i}] = \left(\frac{1}{1-\tau_K^i}k_s + \frac{1-\tau_D^i}{(1-\tau_K^i)^2}d_s - \frac{1-\tau_0^i}{(1-\tau_K^i)^2}r_f\right) H_i.$$

Im nächsten Schritt summieren wir über alle Investoren. Damit ergibt sich

$$-\frac{1}{2}\operatorname{Cov}[r_s, M] = \sum_{i=1}^{I}\frac{H_i}{1-\tau_K^i}k_s + \left(\sum_{i=1}^{I}\frac{1-\tau_D^i}{(1-\tau_K^i)^2}H_i\right)d_s - \left(\sum_{i=1}^{I}\frac{1-\tau_0^i}{(1-\tau_K^i)^2}H_i\right)r_f.$$

Dividieren wir die Gleichung durch die Summe der individuellen Risikomaße $\sum_{i=1}^{I} H_i = H$, so erhalten wir

$$-\frac{1}{2}\frac{\operatorname{Cov}[r_s, M]}{H} = \underbrace{\left(\sum_{i=1}^{I}\frac{H_i}{(1-\tau_K^i)H}\right)}_{=:\Phi_K}k_s + \underbrace{\left(\sum_{i=1}^{I}\frac{1-\tau_D^i}{(1-\tau_K^i)^2}\frac{H_i}{H}\right)}_{=:\Phi_D}d_s - \underbrace{\left(\sum_{i=1}^{I}\frac{1-\tau_0^i}{(1-\tau_K^i)^2}\frac{H_i}{H}\right)}_{=:\Phi_0}r_f. \tag{3}$$

Die Ausdrücke in Klammern auf der rechten Seite sind (entsprechend der individuellen Besteuerung und der individuellen Risikoeinstellung) gewichtete Verhältnisse von Steuersätzen und somit einer unmittelbaren Beobachtung an Märkten nicht zugänglich. Im Fall nicht individueller (typisierter) Steuersätze allerdings vereinfachen sich diese Größen zu $\Phi_K = \frac{1}{1-\tau_K}$, $\Phi_D = \frac{1-\tau_D}{(1-\tau_K)^2}$ sowie $\Phi_0 = \frac{1-\tau_0}{(1-\tau_K)^2}$.[9]

Es bietet sich nun an, an dieser Stelle die letzte Gleichung vorher mit der (wertmäßigen) Anteil der Wertpapiere s, die im Marktportfolio enthalten sind, zu multipizieren. Diesen Anteil werden wir mit ω_s bezeichnen und wir erhalten

$$\begin{aligned}
-\frac{1}{2}\frac{\operatorname{Cov}[r_s, M]}{H} &= \Phi_K k_s + \Phi_D d_s - \Phi_0 r_f \\
-\frac{1}{2}\frac{\omega_s \operatorname{Cov}[r_s, M]}{H} &= \omega_s\Phi_K k_s + \omega_s\Phi_D d_s - \omega_s\Phi_0 r_f \\
-\frac{1}{2}\frac{\operatorname{Cov}[\sum_{s=1}^{S}\omega_s r_s, M]}{H} &= \Phi_K \underbrace{\sum_{s=1}^{S}\omega_s k_s}_{=k_M} + \Phi_D \underbrace{\sum_{s=1}^{S}\omega_s d_s}_{=d_M} - \underbrace{\sum_{s=1}^{S}\omega_s}_{=1} \Phi_0 r_f \\
-\frac{1}{2}\frac{\operatorname{Cov}[r_M, M]}{H} &= \Phi_K k_M + \Phi_D d_M - \Phi_0 r_f.
\end{aligned}$$

Stellen wir dies nach H um und setzen es in die Gleichung (3) ein, dann erhalten wir

$$\frac{\operatorname{Cov}[r_s, M]}{\operatorname{Cov}[r_M, M]}\left(\Phi_K k_M + \Phi_D d_M - \Phi_0 r_f\right) = \Phi_K k_s + \Phi_D d_s - \Phi_0 r_f.$$

[9] Eine Vereinfachung kann auch vorgenommen werden, wenn die individuellen Risikoeinstellungen identisch oder wenigstens bekannt sind.

oder nach Erweitern mit $\frac{1}{p(M)}$ und Umstellen

$$\Phi_K k_s + \Phi_D d_s = \Phi_0 r_f + (\Phi_K k_M + \Phi_D d_M - r_f \Phi_0) \underbrace{\frac{\mathrm{Cov}[r_M, r_s]}{\mathrm{Cov}[r_M, r_M]}}_{=\beta_s}.$$

Wenn die Steuersätze nicht individuell verschieden sind, dann vereinfacht sich diese Gleichung zu dem Nach–Steuer–CAPM

$$(1-\tau_K)k_s + (1-\tau_D)d_s = (1-\tau_0)r_f + ((1-\tau_K)k_M + (1-\tau_D)d_M - (1-\tau_0)r_f)\,\beta_s.$$

Für den praktischen Fall einer objektivierten Bewertung aus Sicht von Kleinaktionären lässt sich die letzte Gleichung weiter vereinfachen. Da bei einer Veräußerung nach einer Haltedauer von mehr als einem Jahr (§ 23 EStG) und einer unwesentlichen Beteiligung (Anteil unter 1%, § 17 EStG) davon ausgegangen werden kann, dass die Kursgewinnsteuer τ_K in der Regel null beträgt, ergibt sich als Nettorendite:

$$k_s + (1-\tau_D)d_s = (1-\tau_0)r_f + (k_M + (1-\tau_D)d_M - (1-\tau_0)r_f)\,\beta_s.$$

Die aus Kursrendite und Nach-Steuerdividendenrendite bestehende Nettorendite entspricht dann der versteuerten Rendite des risikolosen Wertpapiers zuzüglich der versteuerten Risikoprämie. Für die Bewertungspraxis besonders relevant ist die Fragestellung, ob die versteuerte Marktrisikoprämie oberhalb oder unterhalb der gewohnten unversteuerten Marktrisikoprämie liegt. Dazu unterstellen wir weiter (Halbeinkünfteverfahren)

$$\tau_D = \frac{\tau_0}{2}$$

und erhalten für die Risikoprämie bei Einbeziehung der Einkommensteuer

$$k_M + (1-\frac{\tau_0}{2})d_M - (1-\tau_0)r_f > k_M + d_M - r_f \qquad \Longleftrightarrow \qquad r_f > \frac{1}{2}d_M\,.$$

Liegt also die Dividendenrendite des Marktportfolios unterhalb des doppelten risikolosen Zinses, dann ist die versteuerte Risikoprämie größer als die unversteuerte Risikoprämie.

4 Fazit

In der Realität unmittelbar beobachtete Renditen sind stets Renditen vor Einkommensteuer. Diese Renditen beruhen auf Preisen, die durch das Einkommensteuersystem beeinflusst sind. Wenn wir beobachtbare Renditen für Unternehmensbewertungen, d.h. für die Ableitung von Preisen, heranziehen, stellt sich die Frage, welche Vorgehensweise fehlerträchtiger ist: Sollen beobachtbare Vor-Steuer-Renditen verwendet werden (obwohl ein steuerlich beeinflusster Wert gesucht wird), oder sollen abgeleitete Nach-Steuer-Renditen verwendet werden (obwohl dazu Prämissen nötig sind, die ceteris paribus eine Irrelevanz der Einkommensteuer bedeuten können).

Wir beantworten diese Frage in Abhängigkeit von ihrem Anlass. Für die Analyse der Auswirkung von Steueränderungen auf das Kapitalmarktgleichgewicht sind Informationen notwendig, die empirisch nicht beschaffbar sind. Für die typisierende Bewertung von Unternehmen aus Kleinaktionärssicht hingegen haben wir gezeigt, dass ein anwendbares Steuer CAPM abgeleitet werden kann, ohne Prämissen zu verwenden, die über die Prämissen des *Brennanschen* CAPM und des Standards IDW S1 hinausgehen.

5 Literatur

Ballwieser, Wolfgang (1995): Unternehmensbewertung und Steuern, in: *Elschen, Rainer / Siegel, Theodor / Wagner, Franz* (Hrsg.): Unternehmenstheorie und Besteuerung, FS Dieter Schneider, Wiesbaden 1995, S. 15-37.

Brennan, Michael J. (1970): Taxes, Market Valuation and Corporate Financial Policy, in: NTJ, Vol. 23 (1970), S. 417-427.

Cliffe, Cheryl / Marsden, Alastair (1992): The Effect of Dividend Imputation on Company Financing Decisions and Cost of Capital in New Zealand, in: Pacific Accounting Review, Vol. 4 (1992), No. 1, S. 1 - 30.

Drukarczyk, Jochen / Richter, Frank (1995): Unternehmensgesamtwert, anteilseignerorientierte Finanzentscheidungen und APV-Ansatz, in: DBW, 55. Jg. (1995), S. 559-580.

IDW (2000): IDW Standard: Grundsätze zur Durchführung von Unternehmensbewertungen (IDW S 1), in: WPg, 53. Jg. (2000), S. 825-842.

Jonas, Martin (2001): Steuern in der Unternehmensbewertung unter besonderer Berücksichtigung der Unternehmenssteuerreform, in: Steuerberater-Jahrbuch 2000/2001, Köln 2001, S. 409 - 423.

Lally, Martin (1992): The CAPM under Dividend Imputation, in: Pacific Accounting Review, Vol. 4 (1992), No. 1, S. 31 - 45.

Litzenberger, Robert H. / Ramaswamy, Krishna (1979): The Effect of Personal Taxes and Dividends on Capital Asset Prices, in: JFE, Vol. 7 (1979), S. 163-195.

Moxter, Adolf (1983): Grundsätze ordnungsmäßiger Unternehmensbewertung, 2., vollst. umgearbeitete Aufl., Wiesbaden 1983.

Richter, Frank (2002): Kapitalmarktorientierte Unternehmensbewertung, Frankfurt am Main u.a. 2002.

Richter, Frank (2003): Relativer Unternehmenswert und Einkommensteuer oder: Was ist paradox am Steuerparadoxon?, in: *Richter, Frank/Schüler, Andreas/Schwetzler, Bernhard* (Hrsg.): Kapitalgeberansprüche, Marktwertorientierung und Unternehmenswert, FS Jochen Drukarczyk, München 2003, S. 307-329.

Richter, Frank (2004): Valuation With or Without Personal Income Taxes?, in: sbr, Vol. 56 (2004), S. 20-45.

Schmidbauer, Rainer (2002): Der Kapitalisierungszinssatz in der Unternehmensbewertung nach dem StSenkG – Diskussion auf Irrwegen?, in: BB, 57. Jg. (2002), S. 1251-1257.

Schultze, Wolfgang (2003): Methoden der Unternehmensbewertung, 2. erweiterte und überarbeitete Aufl., Düsseldorf 2003.

Schwetzler, Bernhard / Piehler, Maik (2004): Unternehmensbewertung bei Wachstum, Risiko und Besteuerung – die Anwendungsbedingungen der IDW S 1 Wachstumsformel, Arbeitspapier, Leipzig 2002, Version 1/2004.

Wiese, Jörg (2004): Unternehmensbewertung mit dem Nachsteuer-CAPM?, Arbeitspapier, Münchener Betriebswirtschaftliche Beiträge, Ludwig-Maximilians-Universität München 2003.