Warum Total Beta totaler Unsinn ist

von Prof. Dr. Dr. h.c. Lutz Kruschwitz | Prof. Dr. Dr. Andreas Löffler

CF0662327

Executive Summary

» Will man kleine und mittlere Unternehmen (KMU) bewerten, so kann es unangemessen sein, die erwarteten Cashflows mit den Kapitalkosten des CAPM zu diskontieren. In der Literatur wird als Ausweg das Total-Beta-Konzept vorgeschlagen. Wir sind sicher, dass es sich bei Total Beta um einen Irrweg handelt. Um diese Überzeugung zu begründen, zeigen wir, dass Total Beta auf elementare logische Widersprüche führt. Wenn das so ist, lassen sich aus dem Total Beta-Ansatz letztlich beliebige Bewertungsergebnisse ableiten. Das ist inakzeptabel.

» If a small and medium-sized enterprise is to be valued it might be not appropriate to discount the expected cash flows with the cost of capital of the CAPM. The literature suggests that total beta is a suitable concept. We are certain that total beta is a wrong track. To justify this we show that total beta leads to logical inconsistencies. If this is indeed the case, total beta allows the derivation of any arbitrary valuation results. This is not acceptable.

» AUTOREN Prof. Dr. Dr. h.c. Kruschwitz | Prof. Dr. Dr. Löffler

Prof. Dr. Dr. h.c. Lutz Kruschwitz ist Universitätsprofessor a.D. für Betriebswirtschaftslehre, insbesondere Bank- und Finanzwirtschaft, am Fachbereich Wirtschaftswissenschaft der Freien Universität Berlin.
Univ.-Prof. Dr. Dr. Andreas Löffler ist Inhaber der Professur für Bank- und Finanzwirtschaft an der Freien Universität Berlin.

I. Problemstellung

Kleine und mittlere Unternehmen (KMU) befinden sich oft in der Hand von Eigentümern, die schlecht oder gar nicht diversifiziert sind. Häufig wird das Vermögen der Eigentümer solcher Unternehmen vollständig in diesen Betrieben gebunden; darüber hinaus widmen die Eigentümer ihren Unternehmen auch noch ihre volle Arbeitskraft. Will man ein solch privat gehaltenes Unternehmen bewerten, so ist es unangemessen, die erwarteten Cash Flows mit Kapitalkosten zu diskontieren, die nach den Leitlinien des CAPM gewonnen werden. Wenn nämlich die Voraussetzungen des CAPM erfüllt sind, dann müssen sämtliche Investoren perfekt diversifiziert sein. Und genau das entspricht nicht der Situation, die wir bei privat gehaltenen KMU oft vorfinden. Der Ausweg wird von vielen Beteiligten darin gesehen, bei der Bestimmung der Kapitalkosten auf das CAPM zu verzichten und stattdessen mit dem Total Beta-Konzept zu arbeiten.

Wir sind sicher, dass es sich bei Total Beta um einen Irrweg handelt, und meinen davor warnen zu müssen, sich auf diese Methode zu verlassen. Mit dem hier vorliegenden Beitrag verfolgen wir das Ziel, unsere Argumente in überzeugender Weise vorzutragen.

Es ist bemerkenswert, dass sich die Diskussion um Total Beta bisher ausschließlich in Zeitschriften abspielt, die man als praxisorientiert bezeichnen kann. In akademischen Zeitschriften wird das Thema nicht behandelt. Welche Gründe es für diese Tatsache gibt, mag offen bleiben. Im US-amerikanischen Sprachraum hat zwischen 2006 und 2012 ein heftiger Disput stattgefunden. Als Befürworter des Total Beta-Konzeptes sind dabei insbesondere Butler und Pinkerton sowie Butler und Schurman aufgetreten[1]. Als hartnäckige Gegner von Total Beta haben sich vor allem Kasper und von Helfenstein einen Namen gemacht[2]. Im deutschen Schrifttum sind insbesondere Balz und Bordemann sowie Gleißner und Wolfrum zugunsten von Total Beta in Erscheinung getreten[3]. Systematische Kritik an dem Konzept ist hierzulande bisher nicht vorgetragen geworden.

Wir beabsichtigen mit dem vorliegenden Beitrag nicht, die im amerikanischen Sprachraum geführte Diskussion zu wiederholen, zu kommentieren und zu bewerten. Vielmehr werden wir uns darauf beschränken, drei – bislang übersehene – logische Unzulänglichkeit des Total Beta-Konzeptes herauszuarbeiten. Diese Argumente reichen unserer Meinung nach vollkommen aus, um Total Beta zu Fall zu bringen. Leser, die erfahren wollen, wie Unternehmen im Falle fehlender oder mangelhafter Diversifikation der Investoren zu bewerten sind, werden in unserem Beitrag jedoch keine positive Antwort finden.

II. Darstellung und Kritik des Total Beta-Konzepts

Die Idee, anstelle des CAPM mit Total Beta zu arbeiten, wenn der Investor nicht diversifiziert ist, ist im Wesentlichen von Praktikern entwickelt worden. Es gibt kaum Theoretiker, die das Konzept propagieren[4]. Praktiker und Theoretiker folgen in ihren Denkweisen jedoch unterschiedlichen Prinzipien[5]. Wissenschaftler haben die Pflicht und zugleich die Freiheit, sagen zu können, welche Modelle welche Mängel und Fehler haben. Praktiker müssen dagegen bereit sein, Kompromisse zu schließen. Wenn sie ein Bewertungskonzept beurteilen, spielen Eigenschaften wie Einfachheit und Vermittelbarkeit gegenüber Mandanten, Bilanzlesern, Staatsanwaltschaften und Gerichten eine nicht zu unterschätzende Rolle. Praktiker können mit wissenschaftlich überzeugenden Methoden, die bei ihren Gesprächspartnern keine Akzeptanz finden, wenig oder auch gar nichts anfangen. Die verständliche Suche nach möglichst einfachen Bewertungswerkzeugen darf allerdings nach unserer Meinung gewisse Grenzen nicht überschreiten. Insbesondere darf nicht gegen elementare Logik verstoßen werden.

1 Siehe Butler/Pinkerton, BVR 2006 S. 22; Butler/Pinkerton, TVE 2008 May/June S. 32; Butler/Pinkerton, BVU 2008 April S. 1; Butler/Pinkerton, BVU 2009 May/June S. 1; Butler, TVE 2010 January/February S. 20; Butler/Schurman, TVE 2011 January/February S. 21.

2 Siehe Kasper, BVR 2008 S. 233; Kasper, VS 2009 November/December S. 12; Kasper, TVE 2010 July/August S. 23; Kasper, TVE 2010 January/February S. 8; Kasper, TVE 2012 January/February S. 26; Kasper, BVR 2013 S. 212; von Helfenstein, BVR 2009 S. 201; von Helfenstein, TVE 2011 November/December S. 8; von Helfenstein, TVE 2011 July/August 2011 S. 23.

3 Siehe Balz/Bordemann, FB 2007 S. 737; Gleißner/Wolfrum, DB 2008 S. 602.

4 Eine Ausnahme ist wohl Damodaran, Investment Valuation, 3. Aufl. 2012, S. 672 f.

5 Siehe dazu auch Kruschwitz/Löffler, WP 2008 S. 803.

Das Total Beta-Konzept bietet eine Reihe von Angriffsflächen. Wir beschränken uns im Folgenden auf Aspekte, bei denen es um Verstöße gegen die Logik geht. Diese Beschränkung erlauben wir uns aus einem einfachen Grunde. Wer sich auf ein Bewertungskonzept verlässt, das in sich widersprüchlich ist, kann damit letztlich beliebige Bewertungsergebnisse erzeugen. Das aber ist schlicht nicht akzeptabel.

Um unsere Sichtweise besser verständlich werden zu lassen, gehen wir kurz auf das CAPM ein. Mit Fug und Recht lässt sich diesem Modell bescheinigen, dass es problematisch ist. So kann man beispielsweise darauf hinweisen, dass empirische Tests der CAPM-Theoreme nicht zu unbedingt positiven Ergebnissen geführt haben. Und ein Modell, dessen Resultate sich empirisch nicht bestätigen lassen, sollte man mit erheblicher Vorsicht genießen, wenn nicht gar als gescheitert ansehen und verwerfen. Unabhängig davon hat aber noch niemand gezeigt, dass das CAPM auf einem logischen Widerspruch beruht. Gelänge dies, wäre das der Todesstoß.

Das bekannteste Resultat des CAPM ist die Aussage über die erwartete Rendite des j-ten riskanten Finanztitels, das sich in der Form

$$E[\tilde{r}_j] = r_f + \left(E[\tilde{r}_m] - r_f\right)\beta_j \quad \text{mit} \quad \beta_j = \frac{Cov[\tilde{r}_j, \tilde{r}_m]}{Var[\tilde{r}_m]} \tag{1}$$

notieren lässt. Dabei sind r_f der risikolose Zinssatz, $E[\tilde{r}_m] - r_f$ die Marktrisikoprämie und β_j der spezifische Betafaktor des j-ten riskanten Finanztitels.

1. Der Vorschlag

Die Protagonisten des Total Beta-Konzepts gehen von der Annahme aus, dass ein Investor einzig und allein ein riskantes Projekt (KMU) hält, das wir im Folgenden mit dem Index j bezeichnen wollen. Sie vertreten die Ansicht, dass sich die Kapitalkosten für dieses Projekt im Falle völliger Nicht-Diversifikation nicht aus der CAPM-Gleichung (1), sondern aus

$$E[\tilde{r}_j] = r_f + \left(E[\tilde{r}_m] - r_f\right)\frac{\sigma[\tilde{r}_j]}{\sigma[\tilde{r}_m]} \tag{2}$$

ergeben. Der Betafaktor β_j des CAPM müsse durch Total Beta ($\sigma[\tilde{r}_j]/\sigma[\tilde{r}_m]$) ersetzt werden. Total Beta entspricht im Übrigen dem Betafaktor des CAPM, wenn vorausgesetzt wird, dass der Korrelationskoeffizient zwischen der Rendite des j-ten Projekts und der Rendite des Marktportfolios $\rho[\tilde{r}_j, \tilde{r}_m]$ genau eins ist (perfekte positive Korrelation). Es gilt nämlich

$$\frac{Cov[\tilde{r}_j, \tilde{r}_m]}{Var[\tilde{r}_m]} = \frac{\rho[\tilde{r}_j, \tilde{r}_m]\cdot\sigma[\tilde{r}_j]\cdot\sigma[\tilde{r}_m]}{\sigma[\tilde{r}_m]\cdot\sigma[\tilde{r}_m]} = \rho[\tilde{r}_j, \tilde{r}_m]\,\frac{\sigma[\tilde{r}_j]}{\sigma[\tilde{r}_m]}. \tag{3}$$

Es liegt nahe, danach zu fragen, wie die Verfechter des Total Beta-Konzepts vorgehen, um Gleichung (2) entwickeln. Sie beschreiten unterschiedliche Wege. Um unseren ersten und wichtigsten Angriff auf Total Beta vortragen zu können, kann es aber ganz gleichgültig bleiben, auf welchem Wege Gleichung (2) gewonnen wird.

2. Erster logischer Widerspruch

Wir gehen von Gleichung (2) aus, addieren auf beiden Seiten eins und multiplizieren das Ergebnis mit dem Preis für das KMU $p[\tilde{Z}_j]$, wobei das Symbol $\tilde{Z}_j$ die unsicheren künftigen Cash Flows repräsentiert, die das KMU am Ende einer Periode verspricht. Das Ergebnis der beschriebenen Umformung ist

$$p[\tilde{Z}_j]\left(1 + E[\tilde{r}_j]\right) = p[\tilde{Z}_j]\left(1 + r_f + \left(E[\tilde{r}_m] - r_f\right)\frac{\sigma[\tilde{r}_j]}{\sigma[\tilde{r}_m]}\right),$$

was sich unter Berücksichtigung von $\tilde{r}_j = \tilde{Z}_j / p[\tilde{Z}_j] - 1$ in die Form

$$p[\tilde{Z}_j] = \frac{E[\tilde{Z}_j] - \dfrac{E[\tilde{r}_m] - r_f}{\sigma[\tilde{r}_m]}\,\sigma[\tilde{Z}_j]}{1 + r_f} \tag{4}$$

überführen lässt. Das ist eine Bewertungsgleichung für das KMU, die eine höchst interessante Interpretation erlaubt. Die Gleichung besagt, dass alle Projekte, die identische erwartete Zahlungen $E[\tilde{Z}_j]$ und identisches Zahlungsrisiko $\sigma[\tilde{Z}_j]$ aufweisen, auch identische Preise $p[\tilde{Z}_j]$ haben müssen. Für die übrigen Parameter der vorstehenden Gleichung ($E[\tilde{r}_m], \sigma[\tilde{r}_m], r_f$) gilt ja offensichtlich, dass sie für alle denkbaren Projekte übereinstimmen.

Nun lässt sich leicht zeigen, dass identische erwartete Zahlungen und identische Zahlungsrisiken durchaus nicht auf identische Preise führen müssen. Wir belegen die Richtigkeit unserer Behauptung mit Hilfe zweier Beispiele.

Zuerst betrachten wir diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilungen. Es soll nach einer Periode zwei Zustände ($s = 1{,}2$) geben, die mit gleicher Wahrscheinlichkeit eintreten können. Bei $s = 1$ möge es sich um gute, bei $s = 2$ um schlechte Konjunktur handeln. Weiter soll es zugleich so sein, dass die Zahlungsbereitschaft der Marktteilnehmer davon abhängt, ob sie Zahlungen bei guter oder bei schlechter Konjunktur bekommen. Einnahmen, die man bei schlechter Konjunktur erhält, werden für wertvoller gehalten als solche, über die man bei guter Konjunktur verfügen kann. Dies möge in unserem Beispiel in folgender Preisfunktion zum Ausdruck kommen: Für einen Finanztitel $\tilde{Z}$ zahlt man den Preis $p[\tilde{Z}] = \frac{1}{3}Z(1) + \frac{2}{3}Z(2)$, wobei *Z(1)* und *Z(2)* die Auszahlungen bei guter bzw. schlechter Konjunktur darstellen[6].

Nun gebe es zwei Finanztitel. Der erste Finanztitel verspricht vier Geldeinheiten bei guter Konjunktur ($s = 1$) und zwei Geldeinheiten, wenn schlechte Konjunktur herrscht ($s = 2$). Beim zweiten Finanztitel sei die Verteilung der Zahlungen genau umgekehrt. Offensichtlich sind die Erwartungswerte sowie die Standardabweichungen der Zahlungen beider Titel identisch, nämlich $E[\tilde{Z}_1] = \frac{1}{2}\cdot 4 + \frac{1}{2}\cdot 2 = 3 = E[\tilde{Z}_2]$ und $\sigma[\tilde{Z}_1] = \sqrt{\frac{1}{2}\cdot(4-3)^2 + \frac{1}{2}\cdot(2-3)^2} = 1 = \sigma[\tilde{Z}_2]$[7]. Jedoch zahlt man in diesem Fall für den ersten Finanztitel $p[\tilde{Z}_1] = \frac{1}{3}\cdot 4 + \frac{2}{3}\cdot 2 = \frac{8}{3}$, für den zweiten aber $p[\tilde{Z}_2] = \frac{1}{3}\cdot 2 + \frac{2}{3}\cdot 4 = \frac{11}{3}$. Identische Erwartungswerte und Streuungen garantieren also keinesfalls identische Preise.

Wir können unseren Widerspruch auch mit stetigen Wahrscheinlichkeitsverteilungen demonstrieren. Es möge zwei

6 Aus dem Prinzip der Arbitragefreiheit folgt, dass sich jede „vernünftige" Preisfunktion in eine solche lineare Form bringen lässt. Vernünftig nennen wir eine Preisfunktion dann, wenn man durch bloßes Zusammenlegen oder Teilen von Portfolios keine risikolosen Gewinne erzielen kann. Dieses Ergebnis wird in der Finanzierung als *Fundamentaltheorem der Bewertung* bezeichnet und findet sich inzwischen in praktisch jedem Lehrbuch der Finanzwirtschaft.

7 Die beiden diskreten Wahrscheinlichkeitsverteilungen sind identisch.

Finanztitel (j = 1,2) geben, deren Zahlungen miteinander unkorreliert sind und Erwartungswerte i.H.v. $E[\widetilde{Z}_1] = E[\widetilde{Z}_2] = 0$ haben. Die Wahrscheinlichkeitsverteilungen beider Titel mögen identisch sein. Dann gilt $\sigma[\widetilde{Z}_1] = \sigma[\widetilde{Z}_2]$, wobei wir der Einfachheit halber $\sigma[\widetilde{Z}_j] = 1$ unterstellen wollen. Versprächen die beiden Finanztitel sichere Zahlungen, beliefe sich ihr Preis selbstverständlich auf null. Unterstellt man risikoscheue Marktteilnehmer, so ist klar, dass die Preise der beiden beschriebenen Finanztitel negativ sind. Wenn Gleichung (4) korrekt wäre, müssten die Preise beider Finanztitel übereinstimmen, also $p[\widetilde{Z}_1] = p[\widetilde{Z}_2]$. Es sei angenommen, dass sich am Markt tatsächlich identische Preise eingestellt hätten. Nun bilden wir aus den beiden Wertpapieren ein Portfolio, in das wir jeden der beiden zuvor beschriebenen Titel mit einem wertmäßigen Anteil von $1/\sqrt{2}$ aufnehmen. Die unsicheren Zahlungen dieses Portfolios belaufen sich auf

$$\widetilde{Z}_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}\widetilde{Z}_1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\widetilde{Z}_2.$$

Für die erwarteten Zahlungen des Portfolios und ihre Streuung erhält man[8]

$$E[\widetilde{Z}_3] = \frac{1}{\sqrt{2}}\,E[\widetilde{Z}_1] + \frac{1}{\sqrt{2}}\,E[\widetilde{Z}_2] = 0$$

$$\sigma[\widetilde{Z}_3] = \sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 Var[\widetilde{Z}_1] + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 Var[\widetilde{Z}_2]} = 1,$$

da berücksichtigt wurde, dass für die künftigen Zahlungen der beiden Finanztitel $Cov[\widetilde{Z}_1, \widetilde{Z}_2] = 0$ erfüllt ist. Der Preis des Portfolios ergibt sich auf arbitragefreien Märkten aufgrund der Linearität zu

$$p[\widetilde{Z}_3] = \frac{1}{\sqrt{2}}\,p[\widetilde{Z}_1] + \frac{1}{\sqrt{2}}\,p[\widetilde{Z}_2] = \sqrt{2}\,p[\widetilde{Z}_1],$$

obwohl das Portfolio dieselben erwarteten Zahlungen und dasselbe Zahlungsrisiko besitzt wie jeder der beiden beteiligten Finanztitel und daher nach Gleichung (4) $p[\widetilde{Z}_1] = p[\widetilde{Z}_2] = p[\widetilde{Z}_3]$ sein müsste. Auch hier erweist sich, dass identische Erwartungswerte und Streuungen keinesfalls zwangsläufig identische Preise nach sich ziehen.

Nun haben wir sowohl für diskrete als auch für kontinuierliche Wahrscheinlichkeitsverteilungen gezeigt, dass Gleichung (4) fehlerhaft ist. Daraus aber folgt zwingend, dass auch Gleichung (2) ökonomisch unsinnig ist, und damit fällt Total Beta in sich zusammen.

Wir haben uns bisher nicht darum gekümmert, wie die Protagonisten von Total Beta vorgehen, um Gleichung (2) herzuleiten. Es ist aber versucht worden, die in der Finanzierungstheorie oft mit Erfolg verwandte Technik der Replikation von Zahlungsströmen anzuwenden[9], worauf wir gleich noch genauer eingehen werden. Dabei wurde auf eine Idee von Spremann Bezug genommen. Spremann behauptet, dass eine Replikation gelingt, wenn das zu replizierende Projekt und das Replikationsportfolio dieselbe Wahrscheinlichkeitsverteilung künftiger Zahlungen besitzen[10]. Tatsächlich ist eine Replikation aber nur dann funktionstüchtig, wenn das zu replizierende Projekt in jedem möglichen Zustand dieselben Zahlungen generiert wie das Replikationsportfolio; und diese Forderung ist sehr viel schärfer als das, was Spremann verlangt. Gleichung (4) ist in dieser Beziehung noch anspruchsloser, weil sie für identische Preise lediglich verlangt, dass Erwartungswert und Streuung der Verteilungen übereinstimmen.

3. Zweiter logischer Widerspruch

In diesem und dem Folgenden Abschnitt gehen wir der Frage nach, wie die Verfechter von Total Beta vorgehen, um Gleichung (2) zu entwickeln.

Wir beginnen mit dem zweifellos prominentesten Vertreter, nämlich Damodaran, von dem man sagt, dass er den Begriff „Total Beta" geprägt hat. Um Gleichung (2) zu gewinnen, nimmt Damodaran keine formale Herleitung vor. Vielmehr beschränkt er sich auf eine rein intuitive Argumentation, eine Vorgehensweise, derer er sich gern bedient[11]. Damodaran beginnt mit der Feststellung, dass das CAPM-Beta das Risiko misst, welches eine Investition verursacht, die einem gut diversifizierten Portfolio von Kapitalanlagen hinzugefügt wird. Da ein nicht-diversifizierter Investor neben dem systematischen Risiko auch das unsystematische Risiko zu tragen hat, schlussfolgert er, dass das CAPM-Beta das Risiko, welches für die Investition eines nicht-diversifizierten Anlegers charakteristisch ist, in nicht ausreichendem Maße abbildet. Ein Betafaktor, der auch das unsystematische Risiko einfängt, muss deshalb größer sein als der Betafaktor des CAPM. Nach Damodaran ist es nun ziemlich einfach („fairly simple"), das CAPM-Beta so anzupassen, dass es den Verhältnissen eines absolut undiversifizierten Investors Rechnung trägt. Man müsse das CAPM-Beta einfach nur durch den Korrelationskoeffizienten $\rho[\tilde{r}_j, \tilde{r}_m]$ dividieren, um einen Betafaktor zu erhalten, der das totale Risiko einer Investition erfasst. Gem. Gleichung (3) gilt offensichtlich

$$\frac{\text{CAPM} - \text{Beta}}{\rho[\tilde{r}_j, \tilde{r}_m]} = \frac{\sigma[\tilde{r}_j]}{\sigma[\tilde{r}_m]} = \text{Total Beta}$$

Total Beta sei immer mindestens so groß wie das CAPM-Beta. Es würde umso stärker über das CAPM-Beta hinausgehen, je kleiner der Korrelationskoeffizient sei.

Wir wollen die Überlegungen von Damodaran im Detail nicht weiter diskutieren. Sie besitzen den Charme, dass sie womöglich in die richtige Richtung gehen. Aber sie zeichnen sich – wie jede rein qualitative Begründung – auch durch ein hohes Maß an Willkür aus. Warum soll ausgerechnet durch den Korrelationskoeffizienten dividiert werden? Die Verwendung jeder anderen Zahl a mit $0 < a < 1$ würde ebenfalls zu einem Betafaktor führen, der größer ist als das CAPM-Beta. Ein logischer Widerspruch lässt sich aber bei Damodaran nicht ausmachen.

Das ändert sich, wenn man Literaturquellen heranzieht, in denen versucht wird, die Total Beta-Gleichung (2) formal herzuleiten. Balz und Bordemann beginnen mit der Feststellung, dass für die erwartete Rendite und das Risiko eines Portfolios auf der so genannten Kapitalmarktlinie

$$E[\tilde{r}_x] = r_f + x\left(E[\tilde{r}_m] - r_f\right) \tag{5}$$

$$\sigma[\tilde{r}_x] = x\ \sigma[\tilde{r}_m] \tag{6}$$

8 Die beiden nachstehenden Gleichungen folgen unabhängig davon, wie die Zufallsvariablen $\widetilde{Z}_1$ und $\widetilde{Z}_2$ verteilt sind.
9 So insbesondere Gleißner/Wolfrum, FB 2008.
10 So Spremann, Valuation, 2004, S. 105 (106).

11 Siehe zum Folgenden Damodaran, Investment Valuation, 3. Aufl. 2012, S. 672 (673).

gilt[12]. Dabei ist x der Betrag des Vermögens, den ein Anleger in das Marktportfolio investiert, während der Rest des Vermögens, also $1 - x$, risikolos angelegt wird[13]. Balz und Bordemann stellen nun die Frage, wie groß x sein muss, um (auf der Kapitalmarktlinie) eine Position mit jenem Risiko zu erreichen, das für das privat gehaltene KMU charakteristisch ist. Sie setzen deshalb $\sigma[\tilde{r}_j] = \sigma[\tilde{r}_x]$ in Gleichung (6) ein und erhalten

$$x = \frac{\sigma[\tilde{r}_j]}{\sigma[\tilde{r}_m]}.$$

Anschließend setzen sie dieses Resultat in Gleichung (5) ein und bekommen die Total Beta-Gleichung (2).

Hiergegen ist folgendes vorzubringen: Gesucht wird nach einer Kapitalkostengleichung für einen Investor, der vollkommen nicht-diversifiziert ist, also sein Vermögen ausschließlich in das privat gehaltene KMU investiert. Um eine solche Gleichung zu entdecken, bedienen sich Balz und Bordemann der Kapitalmarktlinie. Wenn die Gleichungen (5) und (6) tatsächlich die Kapitalmarktlinie beschreiben, dann befinden wir uns in der Welt des CAPM. Man kann bekanntlich nachweisen, dass unter den Voraussetzungen des CAPM *jeder Investor* eine Position auf der Kapitalmarktlinie wählt[14]. Wenn aber *jeder Investor* eine Mischung aus Marktportfolio und risikoosem Investment hält, dann gibt es *keinen einzigen Investor*, der sein Vermögen ausschließlich in einem privaten KMU hält. Balz und Bordemann unterstellen aber, dass es mindestens einen solchen Investor gibt, und damit haben wir einen logischen Widerspruch.

4. Dritter logischer Widerspruch

Gleißner und Wolfrum unternehmen den Versuch, die Total Beta-Gleichung (2) aus einem Replikationsansatz herzuleiten. Auch die von ihnen benutzte Vorgehensweise endet in einem Widerspruch. Die beiden Autoren gehen davon aus, dass sich das privat gehaltene Unternehmen durch seine im Zeitpunkt $t = 1$ erwarteten Cash Flows $E[\tilde{Z}_j]$ und das Risiko dieser Zahlungen $\sigma[\tilde{Z}_j]$ beschreiben lässt. Gesucht ist der Preis $p[\tilde{Z}_j]$, den ein rationaler Investor für das KMU zahlt, wenn er ausschließlich diese Investition realisiert. Um den unbekannten Preis $p[\tilde{Z}_j]$ zu ermitteln, verwenden Gleißner und Wolfrum eine Idee von Spremann, auf die wir weiter oben bereits eingegangen sind.

Nach Ansicht von Spremann kann man sich zur Bewertung eines finanziellen Projekts (hier: des KMU) einer Replikation bedienen. Dazu wird ein Finanztitelportfolio konstruiert, dessen künftige Cash Flows dieselbe Wahrscheinlichkeitsverteilung besitzen wie das zu replizierende Projekt (hier: das KMU)[15]. Gleißner und Wolfrum gehen nun einen Schritt weiter als Spremann, indem sie lediglich verlangen, dass das Replikationsportfolio dieselben *erwarteten* Zahlungen und dasselbe Zahlungs*risiko* aufweist wie das KMU, also $E[\tilde{Z}_j]$ und $\sigma[\tilde{Z}_j]$. Das Replikationsportfolio besteht nach Gleißner und Wolfrum aus zwei Komponenten, und zwar dem Betrag x_r, den sie riskant zur Rendite des Marktportfolios $\tilde{r}_m$ anlegen, und dem Betrag x_s, der risikolos zum Satz r_f investiert wird. Die Replikationsbedingungen nach Gleißner und Wolfrum lauten dann, damit die erwarteten Zahlungen übereinstimmen,

$$E[\tilde{Z}_j] = x_r\left(1 + E[\tilde{r}_m]\right) + x_s(1 + r_f). \tag{7}$$

Eine zweite Gleichung

$$\sigma[\tilde{Z}_j] = x_r \sigma[\tilde{r}_m] \tag{8}$$

soll dafür sorgen, dass auch die Zahlungsrisiken übereinstimmen. Dass man x_r und x_s so bestimmen kann, dass die beiden vorstehenden Gleichungen eingehalten werden, steht außer Frage. Welchen Sinn eine solche Konstruktion allerdings haben soll, erschließt sich erst, wenn man den nächsten wichtigen Schritt bei Gleißner und Wolfrum nachzuvollziehen versucht.

Zunächst einmal ist klar, dass die Anschaffung des Replikationsportfolios Auszahlungen i.H.v. $x_r + x_s$ verursacht. Gleißner und Wolfrum setzen nun voraus, dass der angemessene Preis für das KMU durch genau diese Kosten des Replikationsportfolios beschrieben ist,

$$p[\tilde{Z}_j] = x_r + x_s. \tag{9}$$

Es ist deutlich erkennbar, dass Gleißner und Wolfrum damit eine abgeschwächte Form der bereits in Abschnitt 2.2 kritisierten Idee von Spremann vertreten. Danach sollen identische Erwartungswerte und identische Varianzen auch identische Preise von Finanztiteln zur Folge haben. In der Tat liefert diese These die Total Beta-Gleichungen. Denn löst man Gleichung (8) nach x_r auf und setzt das Ergebnis in Gleichung (7) ein, so bekommt man unter Berücksichtigung von Gleichung (9) sowie $\tilde{r}_j = \tilde{Z}_j / p[\tilde{Z}_j] - 1$ nach geringfügiger Umformung Gleichung (2).

Dass hier ein weiterer logischer Widerspruch versteckt ist, erkennt man, wenn man sich die graphische Darstellung des CAPM vor Augen führt. Üblicherweise trägt man die erreichbaren erwarteten Renditen sowie deren Standardabweichungen in ein $\mu - \sigma$-Diagramm ein. Lässt man Portfolios mit risikolosen Kapitalanlagen unberücksichtigt, bildet die Gesamtheit aller $\mu - \sigma$-Kombinationen eine eierschalenförmige Fläche. Alle Portfolios auf dem Rand dieser Eierschale haben eine besondere Eigenschaft: Sie sind effizient. Darunter versteht man die Eigenschaft, bei gegebenen Erwartungswert (μ) ein minimales Risiko (σ) aufzuweisen; man kann effiziente Portfolios auch umgekehrt dadurch charakterisieren, dass sie bei gegebenem Risiko den maximalen Erwartungswert haben. Bezieht man risikolose Anlagen in die Überlegungen ein, mischt man also das Portfolio mit den Koordinaten $(E[\tilde{r}_k], \sigma[\tilde{r}_k])$ mit einem risikolosen Investment, so kann man $\mu - \sigma$-Kombinationen erreichen, die auf einer Geraden liegen. Diese Gerade besitzt einen Ordinatenabschnitt von r_f und eine Steigung von $\left(E[\tilde{r}_k] - r_f\right) / \sigma[\tilde{r}_k]$. Besonders interessant ist jene Gerade, die die Eierschale gerade noch tangiert (Kapitalmarktlinie). Jede Position auf dieser Geraden ist effizient, weil bei gegebenem Risiko dort immer die erwartete Rendite maximal ist. Um Positionen auf der Kapitalmarktlinie einzunehmen, muss man das Marktportfolio $(E[\tilde{r}_m], \sigma[\tilde{r}_m])$ mit der risikolosen Anlage mischen.

Sollten Gleißner und Wolfrum mit ihrer These von der Preisidentität von KMU und Replikationsportfolio Recht haben, so lässt sich behaupten, dass beide Positionen durch denselben Punkt im $\mu - \sigma$-Diagramm repräsentiert werden. Denn sowohl das Replikationsportfolio als auch das KMU weisen ja eine

12 Siehe hierzu und zum Folgenden Balz/Bordemann, FB 2007 S. 741.
13 Sollte der Anteil $1 - x$ negativ sein, wird zum risikolosen Zinssatz Kredit aufgenommen.
14 Wegen eines rigorosen Beweises siehe beispielsweise Jarrow, Finance Theory, 1988, S. 206 ff.
15 Siehe hierzu und zum Folgenden Gleißner/Wolfrum, FB 2008 S. 606.

identische erwartete Rendite und ein identisches Renditerisiko auf. Das aber kann nicht sein. Das Replikationsportfolio besteht aus dem Marktportfolio und einem risikolosen Investment, liegt auf der Kapitalmarktlinie und ist damit effizient. Das KMU jedoch ist gerade nicht effizient, weswegen ja auch mit Total Beta und nicht mit der CAPM-Gleichung bewertet werden soll. Bezeichnet man die KMU-Position mit $(E[\tilde{r}_j],\sigma[\tilde{r}_j])$, so gilt also

$$\sigma[\tilde{r}_j]=\sigma\left[\frac{x_r}{x_r+x_s}\,\tilde{r}_m+\frac{x_s}{x_r+x_s}\,r_f\right]\Rightarrow E[\tilde{r}_j]<E\left[\frac{x_r}{x_r+x_s}\,\tilde{r}_m+\frac{x_s}{x_r+x_s}\,r_f\right]. \quad (10)$$

Anders ausgedrückt: Wenn zwei Positionen dasselbe Risiko besitzen, so hat die effiziente Position immer eine höhere erwartete Rendite als die ineffiziente.

Gleichung (7) lässt sich unter Verwendung der erwarteten Rendite des KMU in die Form

$$p[\tilde{Z}_j]\left(1+E[\tilde{r}_j]\right)=x_r\left(1+E[\tilde{r}_m]\right)+x_s\,(1+r_f) \quad (11)$$

bringen. Addiert man in der Ungleichung (10) auf beiden Seiten eins und multipliziert anschließend mit $p[\tilde{Z}_j]$ erhält man

$$\begin{aligned} p[\tilde{Z}_j]\left(1+E[\tilde{r}_j]\right)&<\frac{p[\tilde{Z}_j]}{x_r+x_s}\,x_r\left(1+E[\tilde{r}_m]\right)+\frac{p[\tilde{Z}_j]}{x_r+x_s}\,x_s\,(1+r_f)\\ \left(x_r+x_s\right)\left(1+E[\tilde{r}_j]\right)&<x_r\left(1+E[\tilde{r}_m]\right)+x_s\,(1+r_f). \end{aligned} \quad (12)$$

Einsetzen von (11) in (12) ergibt nach Vereinfachung

$$x_r+x_s<p[\tilde{Z}_j], \quad (13)$$

und das ist mit Gleichung (9) nicht vereinbar, steht also offensichtlich im Widerspruch zur These von Gleißner und Wolfrum. Wir erkennen mithin: Wer eine ineffiziente Position durch ein effizientes Portfolio repliziert, darf nicht davon ausgehen, dass beide identische Preise haben.

Man könnte auf die Idee verfallen, den hier beschriebenen logischen Widerspruch dadurch zu heilen, dass man das Marktportfolio in den Gleichungen (7) und (8) durch irgendein ineffizientes Portfolio mit den Koordinaten $\left(E[\tilde{r}_b],\sigma[\tilde{r}_b]\right)$ ersetzt. In diesem Fall würde der Zusammenhang (10) nicht mehr gelten, so dass die von Gleißner und Wolfrum behauptete These (9) akzeptiert werden könnte. Die daraus resultierende Total Beta-Gleichung

$$E[\tilde{r}_j]=r_f+\left(E[\tilde{r}_b]-r_f\right)\frac{\sigma[\tilde{r}_j]}{\sigma[\tilde{r}_b]} \quad (14)$$

wäre jedoch praktisch absolut nutzlos, weil das Portfolio $\left(E[\tilde{r}_b],\sigma[\tilde{r}_b]\right)$ vollkommen beliebig gewählt werden könnte.

III. Fazit

Wer kleine und mittlere Unternehmen bewerten will, die von nicht oder schlecht diversifizierten Investoren gehalten werden, steht vor einem Problem. Das klassische CAPM ist nicht anwendbar, weil eine seiner wichtigsten Implikationen – die vollständige Diversifikation – nicht gegeben ist. Daher zögert die Praxis verständlicherweise, hier die Kapitalkostenbestimmung mit dem CAPM vorzunehmen.

In der Literatur wird als Ausweg aus dem Dilemma das Konzept des Total Beta vorgeschlagen. Statt des CAPM-Betafaktors soll auch das unsystematische Risiko in die Bewertung einfließen. Wer mit Total Beta arbeitet, nimmt fundamentale logische Widersprüche in Kauf. Wir haben in diesem Beitrag dreierlei gezeigt:

1. Das Total Beta-Konzept geht davon aus, dass Projekte, die identische erwartete Cash Flows mit identischen Streuungen haben, identische Preise besitzen müssen. Diese These ist verfehlt.

2. Total Beta ist ein Bewertungskonzept, das den besonderen Umständen eines nicht diversifizierten Investors Rechnung tragen soll. Die Herleitung der Total Beta-Gleichung durch Balz und Bordemann erweist sich als logisch unhaltbar, weil sie von der Annahme ausgehen, dass alle Investoren perfekt diversifiziert sind.

3. Gleißner und Wolfrum verfolgen die Idee, die Zahlungen des privat gehaltenen Unternehmens durch ein Portfolio zu replizieren, das aus dem Marktportfolio und einem risikolosen Investment zusammengesetzt ist. Das ist prinzipiell möglich. Jedoch erweist sich die von Gleißner und Wolfrum benutzte These, wonach das KMU denselben Preis wie das Replikationsportfolio haben müsste, als logisch fehlerhaft, weil nicht berücksichtigt wird, dass die eine Position effizient und die andere ineffizient ist.

Von Helfenstein hat ihre Kritik an Total Beta mit einem bekannten Zitat aus Shakespeares Macbeth beendet: „It is a tale ..., full of sound and fury, signifying nothing." Dem ist nichts hinzuzufügen.