

Kapitel 7

Praktische Anwendungsbeispiele

Uwe H. Suhl
Lehrstuhl für Wirtschaftsinformatik
Freie Universität Berlin

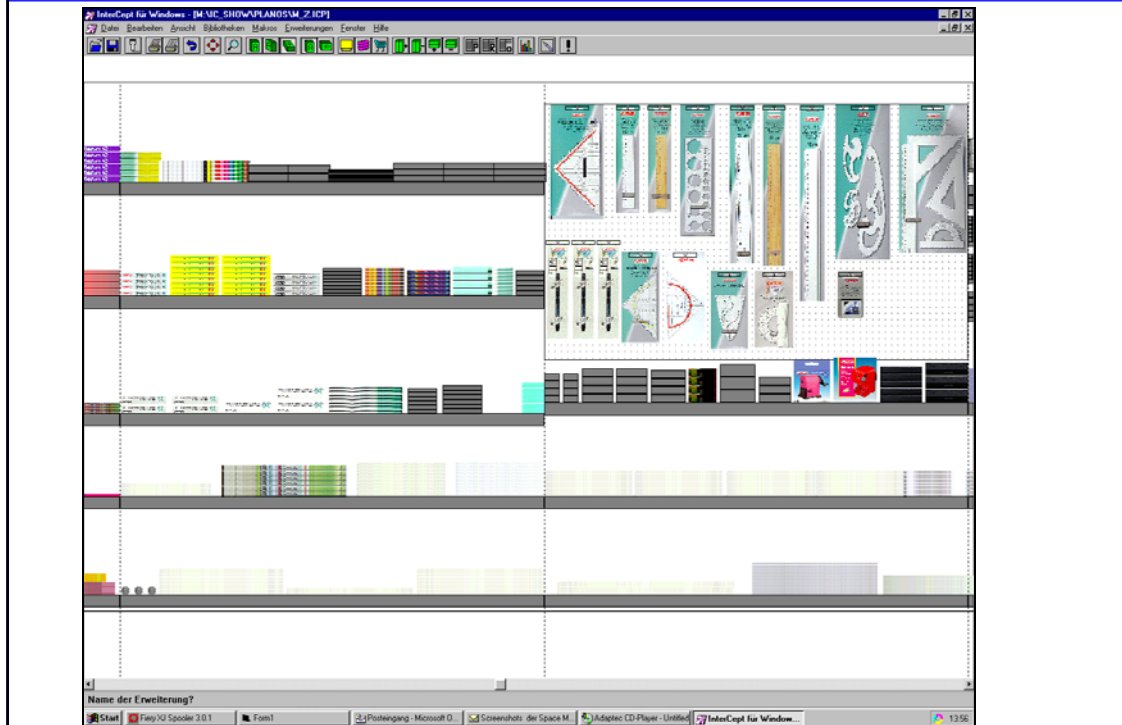
Optimierungssysteme
Version 1.0 / SS 2007

7. Praktische Anwendungsbeispiele

Sortimentsoptimierung in Verkaufsstellen (Hercon)

- Anwendung wurde im Rahmen eines IT-Beratungsprojektes des Lehrstuhls mit Studierenden im Herbst 1998 für Herlitz AG entwickelt wurde
- Prototyp wurde von der Mercoline GmbH mit Unterstützung des Lehrstuhls zu einem kommerziellen System CM|Line ausgebaut und vermarktet
- Bisher: Außendienstmitarbeiter stellen aufgrund langjähriger Erfahrungen ein „gewinnoptimales Sortiment“ für Herlitz-Kunden zusammen
- Problem: durch ca. 15.000 Artikel in über 8.000 Verkaufsstellen ist die Auswahl des optimalen Sortiments komplex und zeitaufwendig
- HerCon dient zur Entscheidungsunterstützung im Category Management (CM) und bietet einen Wettbewerbsvorteil gegenüber der Konkurrenz
- CM: Planung und Steuerung von Warengruppen als strategische Einheiten; Ziel ist die Ausrichtung auf den Kunden bei Handel und Hersteller
- Ziel ist ein rohertragsmaximiertes Sortiment - unter Einhaltung diverser Restriktionen unter Berücksichtigung der Filialdaten, z.B. Einflussgrößenregeln (Data Mining) und Verbundregeln
 - Beliebige Anzahl von Regalböden mit unterschiedlichen Breiten
 - Berücksichtigung von Kompetenzartikeln sowie Ausschlußartikeln
 - Optimierung des IP-Modells durch MOPS
 - Ausgabe ausgelisteter, neu gelisteter und unveränderter Artikel

Darstellung eines Verkaufsregals



Mathematisches Grundmodell zur Sortimentsoptimierung

● Indextmengen

- I : Indexmenge der Artikel, K : Indexmenge der Kompetenzartikel, $K \subseteq I$
- J : Indexmenge der Regalböden

● Indizes: i : Artikelindex, j : Regalindex

● Parameter - Grundmodell

- c_i Rohertrag pro Periode je Artikel i in GE/ZE
- s_i Kontaktstrecke des Artikels i in LE
- l_j Länge des Regalbodens j in LE
- δ Abstand zwischen zwei Kontaktstrecken in LE

● Entscheidungsvariablen

- $y_{ij} = 1$, wenn Artikel i auf Regalboden j platziert wird, 0 sonst

● Zielfunktion: maximiere

● Restriktionen

- Breite der Regalböden

Einmalplatzierung

- Zwangsaufnahme Kompetenzartikel

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} c_i y_{ij}$$

$$\sum_{i \in I} y_{ij} (s_i + \delta) \leq l_j + \delta, \quad \forall j \in J$$

$$\sum_{j \in J} y_{ij} \leq 1, \quad \forall i \in I \setminus K$$

$$\sum_{j \in J} y_{ij} = 1, \quad \forall i \in K$$

Regeln und Regeleditor

- **Regeln werden aussagenlogisch formuliert, z.B.:**

- wenn Artikel a_1 platziert wird, dann muss auch Artikel a_2 platziert werden
- wenn Artikel a_1 platziert wird, dann darf Artikel a_2 nicht platziert werden

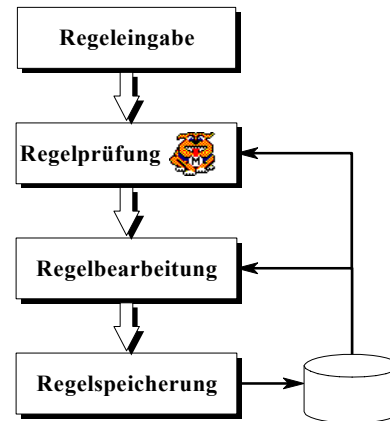
- **Regeln werden mit 0-1-Variablen algebraisch in Ungleichungen abgebildet**

- **Beispiel: Man darf nur dann rote Papiertischdecken und rote Servietten platzieren, wenn man rote oder weiße Papierbecher platziert:**

- $(t \wedge s) \Rightarrow (rb \vee wb)$ oder
- $(\neg t \vee \neg s) \vee (rb \vee wb)$
- $1 - T + 1 - S + RB + WB \geq 1$ oder
- $T + S - RB - WB \leq 1, S, T, RB, WB \in \{0,1\}$

- **Jede Regel wird durch Lösen eines IP-Modells mit Zielfunktion 0 überprüft, ob sie mit den vorhandenen Regeln noch zulässige Lösungen erlaubt**

- **Ein logisch korrektes Regelmengensystem wird für jede Filiale relational gespeichert**



Mehrfachplatzierungen und Räuberregel

- Das Modell soll Mehrfachplatzierungen eines Artikels zulassen
- Wenn eine Mehrfachplatzierung eines Artikels gegeben ist, dann soll der Artikel auf genau einem Regalboden platziert sein.
- Bei einer Mehrfachplatzierung eines Artikels reduziert sich dessen Rohertrag um genau eine Geldeinheit
- Wenn Artikel j_1 zusammen mit Artikel j_2 platziert wird, dann vermindert sich der Gesamtertrag um 2 GE (Räuberregel)

- u_j : maximale Mehrfachplatzierung des Artikels j [dimensionslos], $u_j \geq 1$
- $y_{ij} \in \{0, \dots, u_j\}$ ganzzahlig. Anzahl der Platzierungen des Artikels j auf Regalboden i ; wenn die Anzahl mindestens zwei beträgt, dann liegt eine Mehrfachplatzierung vor;
- $z_{ij} = 1$ wenn Artikel j mindestens einmal auf dem Regalboden i positioniert wird; sonst 0
- $x_j = 1$ wenn der Artikel j mehr als einmal platziert wird; 0 sonst
- $r = 1$ wenn die Artikel j_1 und j_2 zusammen platziert werden; 0 sonst

$$\max \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} c_j y_{ij} - \sum_{j \in J} x_j - 2r$$

$$\text{Maximalplatzierung: } y_{ij} \leq u_j z_{ij}, i \in I, j \in J$$

$$\text{Regalbodenrestriktion: } \sum_{i \in I} z_{ij} \leq 1, j \in J$$

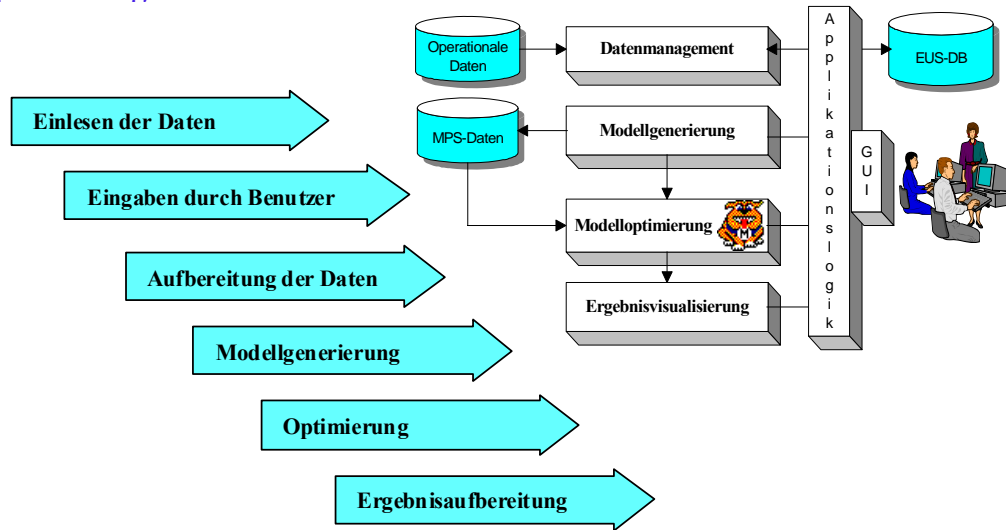
$$\text{Mehrfachplatzierung: } \sum_{i \in I} y_{ij} \leq 1 + (u_j - 1)x_j, j \in J$$

$$\text{Räuberregel: } \sum_{i \in I} (z_{ij_1} + z_{ij_2}) \leq r + 1$$

- **Zusätzlich zum Grundmodell werden folgende Modellerweiterungen benötigt**

Ablauf der Sortimentsoptimierung

- System in Visual Basic implementiert
- als RDBMS wurde Access gewählt
- Optimierungszeit mit MOPS < 1 Minute



Ergebnispräsentation eines optimalen Sortimentes

Liste3

Status	Art.-Nr.	Artikelname	Menge	KS/cm	Böden	RE/DM	Kompetenz
A	996058	PACKP.RL 5M/100CM NATRON	0	100,00		144,00	-
A	993048	PACKP.BG. 70x100 4ER NATRO	0	24,70		70,50	-
N	8859407	GUMMIR.1KG SORT.50/60/70	1	14,00	1	74,27	-
A	8859761	BINDFADEN 2ER 80M 20M	0	14,00		43,80	-
X	8733008	KLEBEFILM 10ER 10/12	1	12,50	5	201,00	-
X	8722134	TESAKREPP MALERB.50/19 HW	1	12,40	2	64,02	-
N	9880881	#KLEBESTIFT 20G	1	12,00	2	64,05	-
X	8580029	PRITT STIFT TRAY. 10G	1	11,80	1	102,00	-
X	8567307	UHU FLINKE FLASCHE 90G	1	11,30	4	117,30	-
X	8567315	UHU FLINKE FL.100G LSM.FR	1	11,30	3	117,30	-
N	8722928	#TESA FLIEG.FEN. DACHFENS	1	11,20	2	110,82	-
N	8722902	TESA FLIEG.FEN. DISNEY BA	1	11,00	5	81,44	-
N	8722837	TESA FLIEG.FEN. ANTHR. 1.	1	11,00	5	74,84	-
X	8720575	TESAPACK BRAUN 66/38 LW	1	11,00	4	83,28	-
N	8722779	TESA FLIEG.FEN.WEISS	1	11,00	3	101,80	-
N	8722696	TESA KLETTB.ERSATZ. F. FL	1	11,00	3	92,38	-

Zusammenfassung
VST: 4500153 - Artikel: 55 Stk. - KS: 4,57 m (von 5,00 m) - RE: 4.485,30 DM (Spacer kum.: 27 cm)

Liste drucken Schließen

Einsatz von Aktionsdisplays

- Eine Kaufhauskette plant für ein Jahr die Einkaufsmengen der Artikel im PBS-Sortiment bei seinem Lieferanten; Neben der Einzelbeschaffung von Artikeln des Sortiments sind Verkaufsaktionen zu berücksichtigen
- Hierbei werden einige Artikel in Aktionsdisplays angeboten, d.h. in einem Aktionsdisplay sind bestimmte Artikel des Sortiments in fester Mengenzusammensetzung kombiniert. Der Bezug von Aktionsdisplays ist kostengünstiger als der Bezug der äquivalenten Menge von Einzelartikeln

- Gegeben sind folgende Indexmengen und Daten:

I: Indexmenge der betrachteten Artikel des PBS-Sortiments
 J: Indexmenge der betrachteten Aktionsdisplays (Aktionsdisplaytypen)
 I_j : Artikelindizes in Aktionsdisplay vom Typ j, $j \in J$, d.h. $I_j \subset I$
 J_i : Indizes der Aktionsdisplays, die Artikel i enthalten, $i \in I$, $J_i \subseteq J$
 b_i : Bedarf (prognostizierter Absatz) [Anzahl] von Artikel i, $i \in I$
 p_i : Einkaufspreis [GE] einer Einheit von Artikel i, $i \in I$
 a_{ij} : Menge von Artikel i in Aktionsdisplay j, $i \in I$, $j \in J$ [Anzahl]
 e_j : Einkaufspreis [GE] einer Einheit von Aktionsdisplay j, $j \in J$

- Es soll ein Optimierungsmodell für einen kostenminimalen Einkaufsplan zur Deckung des Bedarfs erstellt werden, d.h. die Bestimmung der Einkaufsmengen von Artikeln und Verkaufsdiskonts

x_i : Anzahl eingekaufter Teile, $i \in I$, (x_i ganzzahlig)

y_j : Anzahl eingekaufter Aktionsdisplays vom Typ j, $j \in J$, (y_j ganzzahlig)

Min $\sum_{i \in I} x_i p_i + \sum_{j \in J} y_j e_j$ und $x_i + \sum_{j \in J} a_{ij} y_j \geq b_i, i \in I, x_i, y_j \geq 0$



Lagerstandortprobleme

- ein Unternehmen beliefert n Kunden; die Nachfrage des Kunden i ($1 \leq j \leq n$) im Planungshorizont beträgt aggregiert über alle Produkte b_j [ME]
- um Transportkosten und -zeiten zu den Kunden zu senken, sind ggf. Lager zu errichten, für die m mögliche Standorte zur Verfügung stehen
- ein potentieller Standort i ($1 \leq i \leq m$) verursacht im Planungshorizont Fixkosten von f_i [GE], wenn dort ein Lager errichtet wird
- jedes potentielle Lager hat eine (statische) Lagerkapazität von a_i [ME]
- die Distributionskosten zum Kunden j betragen c_{ij} [GE / ME], falls Kunde j durch ein am Standort i eingerichtetes Lager beliefert wird
- $c_{ij} = v_i + t_{ij}$, wobei v_i die variablen Lagerkosten [GE/ME] und t_{ij} die variablen Transportkosten [GE / ME] von Lager i zum Kunden j sind
- es ist zu entscheiden, an welchen Standorten Lager errichtet werden, um die Gesamtkosten zur Belieferung aller Kunden zu minimieren
- diese und ähnliche Problemstellungen können als gemischte 0-1-Optimierungsprobleme modelliert und relativ schnell gelöst werden
- Euklidische Entfernung zwischen i (x_i, y_i) und j (x_j, y_j): $d_{ij} = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2}$
- Korrekturfaktor für echte Entfernung in Mitteleuropa 1,28
- Manhattan-Entfernung $d_{ij} = |x_j - x_i| + |y_j - y_i|$ wird primär für innerbetriebliche Planungen verwendet

IP-Modell

- **Entscheidungsvariablen**

- $y_i \in \{0, 1\}$, $y_i = 1$ falls am Standort i ein Lager errichtet wird; 0 sonst
- x_{ij} ist die Menge ($x_{ij} \geq 0$), die Kunde j vom Lager i beziehen soll [ME]

- **Restriktionen**

$$x_{ij} \leq b_j y_i, i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n$$

$$\sum_j x_{ij} \leq a_i y_i, i = 1, \dots, m$$

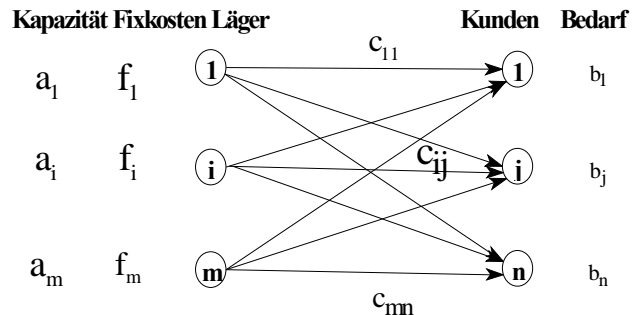
$$\sum_i x_{ij} \geq b_j, j = 1, \dots, n$$

- **Zielfunktion**

$$\text{Min} \sum_i \sum_j c_{ij} x_{ij} + \sum_i f_i y_i$$

- dieses IP-Modell kann mit Standardsoftware auch für Modelle mit Zehntausenden von Variablen optimal gelöst werden

- Zu beachten ist, dass ein Kunde vom mehreren Lagern beliefert werden kann; dies ist in der Praxis manchmal unerwünscht (warum ?)



Modifiziertes Standortproblem

- **Jeder Kunde soll von genau einem Lager beliefert werden**

- **Entscheidungsvariablen**

- $y_i \in \{0, 1\}$, $y_i = 1$, falls am Standort i ein Lager errichtet wird; 0 sonst
- $x_{ij} \in \{0, 1\}$, $x_{ij} = 1$, wenn Kunde j vom Lager i beliefert werden soll; 0 sonst

- **Indexmengen**

- I Indexmenge der potentiellen Lagerstandorte
- J Indexmenge der Kunden

- **Parameter**

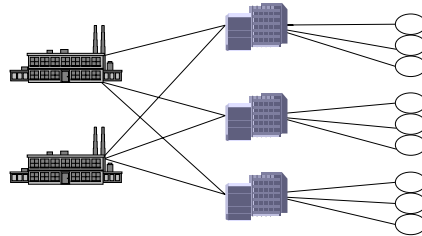
- b_j Nachfrage des Kunden j [ME]
- K_i Kapazität des zu bauenden Lagers i [ME]
- f_i Fixkosten die entstehen wenn am Standort i ein Lager gebaut wird [ME]
- c_{ij} Distributionskosten [ME], d.h. die gesamten variablen Kosten die entstehen, wenn Kunde i vom Lager j beliefert wird

- **Zielfunktion und Restriktionen**

$$\begin{aligned} \min & \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} c_{ij} x_{ij} + \sum_{i \in I} f_i y_i \\ & \sum_{i \in I} x_{ij} = 1, j \in J \\ & \sum_{j \in J} b_j x_{ij} \leq K_i, i \in I \\ & x_{ij} \leq y_i, i \in I, j \in J \\ & y_i, x_{ij} \in \{0, 1\} \end{aligned}$$

Zuordnungsprobleme in mehrstufigen Distributionssystemen

- Die Zuordnung von Umschlaglagern (AL) zu ZL sowie die simultane Produktions- bzw. Versandplanung ist ein strategisches Planungsproblem



Fabrik Zentrallager Umschlaglager

- gegeben sind die Produktions-, Lagerkapazitäten, Produktions-, Transportkosten der Artikel im Netzwerk, weiterhin der Bedarf der Umschlaglager im Planungshorizont pro Artikel
- gefragt ist die Zuordnung der Umschlaglager sowie die Produktionsmengen (= Versandmengen zu den Zentrallagern)

IP-Modell

Indizes und Indexmengen

- w Fabrik, $w \in W$; i : Artikel, $i \in I$; z : Zentrallager, $z \in Z$; u : Absatzregion, $u \in U$
- I_w Artikelsortiment, das Fabrik w produzieren kann, I : gesamtes Artikelsortiment

Daten (einjähriger Planungshorizont)

- $b(u,i)$ Bedarf von Umschlaglager u vom Artikel i (ME)
- $s(i)$: Umschlagsgeschwindigkeit von Artikel i (1/ZE)
- $k(w,i)$: Produktionskapazität der Fabrik w von Artikel i (ME)
- $h(w,i)$: Herstellkosten des Artikels i in der Fabrik w (DM/ME)
- $K(z)$: Kapazität des Zentrallagers z (ME/ZE) als Stromgröße
- $t(i)$: Einheitstransportkosten für Artikel i pro km und ME (DM/ME)
- $d(a,b)$: Entfernung (KM) von Knoten a zum Knoten b , Knoten: Fabriken, ZL o. UL

Entscheidungsvariablen

- $x(w,z,i)$ Transportmenge (ME) des Artikels i von w nach z , $w \in W$, $i \in I_w$, $z \in Z$
- $y(z,u)$ 1 falls Umschlaglager u dem Zentrallager zugeordnet wird, 0 sonst

Restriktionen

$$\sum_{z \in Z} x(w, z, i) \leq k(w, i), w \in W, i \in I_w$$

Zielfunktion

$$\sum_{w \in W} x(w, z, i) - \sum_{u \in U} b(u, i) y(z, u) = 0, z \in Z, i \in I$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{u \in U} b(u, i) s(i) y(z, u) \leq K(z), z \in Z$$

$$\min \sum_{z \in Z} \sum_{w \in W} \sum_{i \in I(w)} x(w, z, i) (h(w, i) + t(i) d(w, z))$$

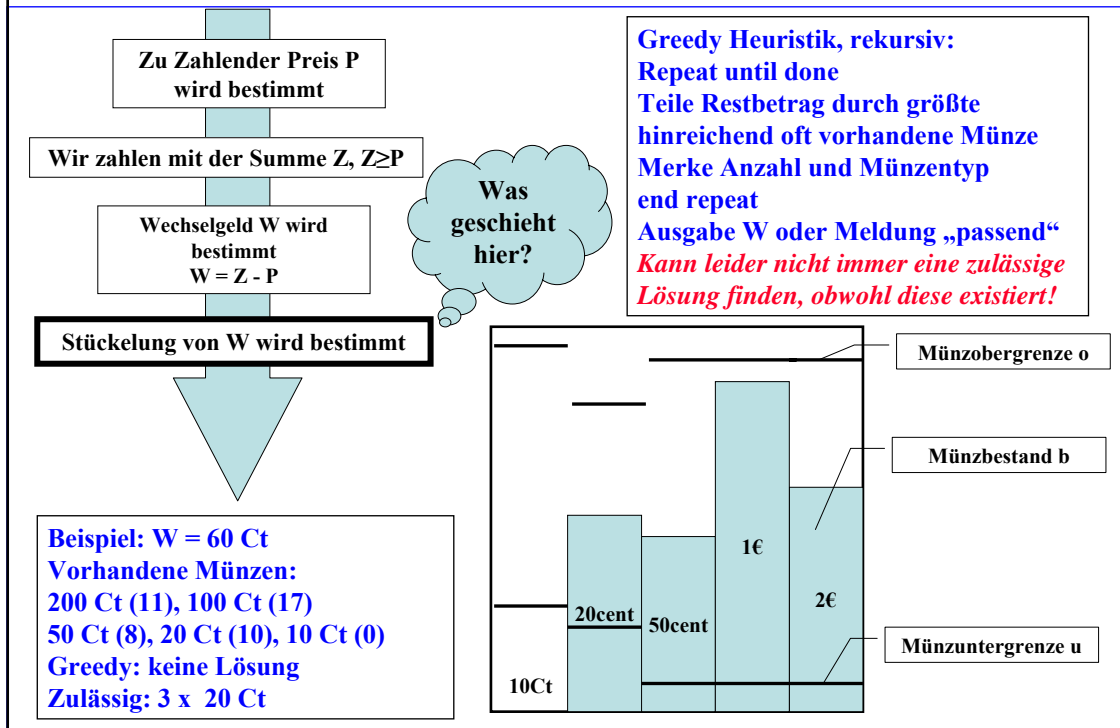
$$+ \sum_{z \in Z} \sum_{u \in U} \sum_{i \in I} b(u, i) t(i) d(z, u) y(z, u)$$

$$\sum_{z \in Z} y(z, u) = 1, u \in U$$

$$x(w, z, i) \geq 0, w \in W, z \in Z, i \in I_w$$

$$y(z, u) \in \{0, 1\}, u \in U, z \in Z$$

Münzrückgabe an einem Automaten



Münzrückgabe als IP-Modell

- in der Praxis wird das folgende IP-Modell *nicht* eingesetzt
 - I Indexmenge der Münzwerte M z.B. $M = \{5, 10, 20, 50, 100, 200\}$ im €-Raum
 - Indizes: $i \in I$
 - Parameter:
 - f_i : Münzwerte, b_i : Münzbestände vom Typ $i \in I$
 - w : Wechselgeld, $w = z - p$
 - l_i : angestrebte Bestandsuntergrenze
 - u_i : angestrebte Bestandsobergrenze
 - k_i : Kostenfaktor (> 0) für Anstrengung der Bestandsunter- bzw. Obergrenzen
 - Entscheidungsvariablen
 - x_i : Anzahl Rückgabemünzen vom Typ i
 - v_i : Unterschreitung von l_i
 - w_i : Überschreitung von u_i
- Min $\sum_{i \in I} (x_i + k_i v_i + k_i w_i)$

$\sum_{i \in I} x_i f_i = w$!korrektes Wechselgeld

$x_i \leq b_i, i \in I$!Einhaltung der Bestände

$x_i - v_i \leq b_i - l_i, i \in I$!soft constraint für l_i

$x_i + w_i \geq b_i - u_i, i \in I$!soft constraint für u_i

$x_i \geq 0$ ganzzahlig, $v_i, w_i \geq 0, i \in I$

Transportprobleme

- Anbieter bieten bestimmte Mengen eines bestimmten Gutes an.
- Nachfrager haben einen bestimmten Bedarf des selben Gutes.
- Das Gesamtangebot entspricht dem Gesamtbedarf.
- Jeder Nachfrager kann von jedem Anbieter zu bestimmten Kosten beliefert werden.
- Gesucht ist ein Transportplan, bei dem die Nachfrage befriedigt wird und die Summe der Transportkosten minimiert wird.

Indext Mengen / Indizes

A Menge der Anbieter
 B Menge der Nachfrager
 i Anbieter
 j Nachfrager

m Anzahl der Anbieter = $|A|$
 n Anzahl der Nachfrager = $|B|$
 c_{ij} Transportkosten [GE/ME] von Anbieter i zu Nachfrager j
 a_i Angebotsmenge von Anbieter i
 b_j Bedarf von Nachfrager j

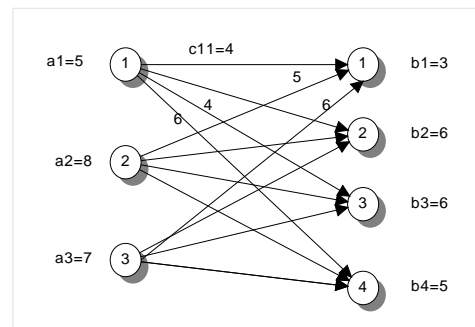
$$\text{Min} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq a_i, i = 1, \dots, m$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} \geq b_j, j = 1, \dots, n$$

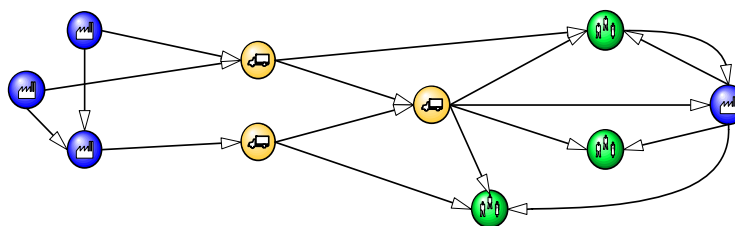
$$x_{ij} \geq 0, i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n$$

Für zulässige Lösungen muss $\sum_{i=1}^m a_i \geq \sum_{j=1}^n b_j$ gelten



Umladeprobleme (transshipment problems)

- Das Umladeproblem ist auf einem Transportnetzwerk definiert, das durch einen gerichteten Graphen $G=(N,E)$ abgebildet ist. N repräsentiert die Menge der Knoten und E die Menge der gerichteten Kanten, d.h. $E=\{(a,b)|a,b \in N\}$
- Jedem Knoten i ist ein Wert b_i zugeordnet, der den Knoten als Quelle ($b_i > 0$), Senke ($b_i < 0$) oder Umladeknoten ($b_i = 0$) kennzeichnet.
- Jeder Kante ist ein Kostenwert c_{ij} sowie eine untere Schranke l_{ij} und eine obere Schranke u_{ij} zugeordnet.
- Ein gültiger Fluss ist ein Vektor von Transportmengen für jede Kante, so dass in jedem Knoten die Summe der eingehenden Mengen abzüglich der Summe der ausgehenden Mengen dem Wert b_i entspricht.
- Es wird angenommen, dass das Gesamtangebot dem Gesamtbedarf entspricht.
- Es wird der kostenminimale gültige Fluss gesucht
- Diese allgemeine Problemstellung enthält viele Spezialfälle, die auch von praktischer Bedeutung sind



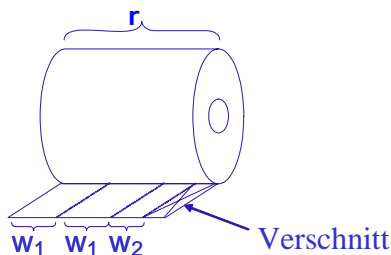
Mathematisches Modell

$$\begin{aligned} \text{Min } & \sum_{(i,j) \in E} c_{ij} x_{ij} \\ & \sum_{j \in N, (i,j) \in E} x_{ij} - \sum_{j \in N, (j,i) \in E} x_{ji} = b_i, i \in N \\ & l_{ij} \leq x_{ij} \leq u_{ij}, (i,j) \in E \\ \text{Annahme: } & \sum_{i \in N} b_i = 0 \end{aligned}$$

- Umladeprobleme sind spezielle LPs. Die Modellmatrix ist total unimodular. Sind alle Koeffizienten b_i , l_{ij} , u_{ij} ganzzahlig, so ist auch die LP-Lösung ganzzahlig.
- Die spezielle Struktur solcher LP-Modelle erlaubt die Lösung mit spezialisierten Netzwerk-Simplex-Algorithmen die ca. 5-10 mal so schnell sind wie allgemeine LP-Optimierer
- Spezialfälle des Umladeproblems
 - Das vorgestellte Transportproblem und seine mehrstufigen Varianten, auch ohne Kapazitäten
 - Kürzeste-Wege-Probleme (Angebot u. Nachfrage 1 Einheit)
 - Max-Flow-Problem: maximiere Fluss zwischen zwei Endknoten durch ein Transportnetz
 - Beim **Zuordnungsproblem** sollen Aufgaben Personen zugeordnet werden. Jeder Person wird genau eine Aufgabe zugeordnet. Jede Person erzielt mit jeder Aufgabe einen bestimmten Gewinn. Es soll der Gesamtgewinn maximiert werden. (Angebot und Nachfrage ist 1). Die Entscheidungsvariablen $x_{ij}=1$, wenn Aufgabe j Person i zugeordnet wird, 0 sonst

Eindimensionale Verschnittoptimierung

- Praxisprojekt: Diplomarbeit I. Steinzen am LS Leena Suhl mit MOPS / Cplex
- Gegeben sind Stahlblechrollen (Coils) der Breite r [LE] und m Kundenbedarfe von b_i Rollen der Breite w_i
- Der Einfachheit ignorieren wir die Längen der Coils, d.h. ein Kundenbedarf wird immer über die volle Länge der Coils ausgeliefert (eindimensional)



- Gesucht wird ein Schnittplan, der die Kundenbedarfe mit einer Minimalzahl eingesetzter Coils erfüllt



Eine (schlechte) Modellierung als IP

- Das folgende IP-Modell ist für die Praxis nicht geeignet, da es durch eine schlechte LP-Relaxierung zu sehr langen Laufzeiten führt
- Entscheidungsvariablen
 - x_{ij} Anzahl der Rollen der Breite w_j in Coil i , $j = 1, \dots, K$, $i = 1, \dots, m$
 - $y_j = 1$, wenn Coil j verwendet wird, $j = 1, \dots, K$, 0 sonst

$$\text{Min} \sum_{j=1}^K y_j$$

$$\sum_{i=1}^m w_i x_{ij} \leq r y_j, j = 1, \dots, K$$

$$\sum_{j=1}^K x_{ij} = b_i, i = 1, \dots, m$$

$$y_j \in \{0, 1\}, j = 1, \dots, K$$

$$x_{ij} \geq 0 \text{ und ganzzahlig, } i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, K$$

- In dieser Modellierung werden viele der 0-1-Variablen fraktionelle Werte annehmen, da y_j auf den Wert der linken Seite $\sum w_i x_{ij}$ gesetzt wird.

Ein verbessertes IP-Modell für das Verschnittproblem

- Modellierungsidee: Generiere alle (oder einen Teil der) n möglichen Schnittmuster und ordne jedem zulässigen Schnittmuster j eine ganzzahlige Entscheidungsvariable x_j zu, die angibt wie viele Coils nach diesem Muster geschnitten werden sollen; c_j sind die Kosten des Schnittmusters.
- Wenn man nur eine Teilmenge generiert, dann ist das eine Heuristik, die i.A. keine optimale Lösung bestimmt
- Beispiel
 - Breite der Coils $r = 100$ cm
 - Kundenbedarfe
 - 97 Rollen der Breite 45 cm: $w_1 = 45$, $b_1 = 97$
 - 610 Rollen der Breite 36 cm: $w_2 = 36$, $b_2 = 610$
 - 395 Rollen der Breite 31 cm: $w_3 = 31$, $b_3 = 395$
 - 211 Rollen der Breite 14 cm: $w_4 = 14$, $b_4 = 211$
- In der Schnittmustermatrix ist a_{ij} die Anzahl Streifen der Breite w_i im Schnittmuster j

j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	...	$n = 37$
a_{1j}	2	1	1	1	1	1	1	1	1	0	...	0
a_{2j}	0	1	1	0	0	0	0	0	0	2	...	0
a_{3j}	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	...	0
a_{4j}	0	1	0	1	0	3	2	1	0	2	...	1

Ein verbessertes IP-Modell

- Das folgende Grundmodell hat relativ wenig Restriktionen, jedoch i.d.R. hunderttausende von Variablen; l und u sind Konstanten mit $l, u \in [0, 1]$ die eine prozentuale Unterschreitung bzw. Überschreitung der Kundenbedarfe b_i erlauben (Business Logik)

$$\text{Min} \sum_{j=1}^n x_j$$

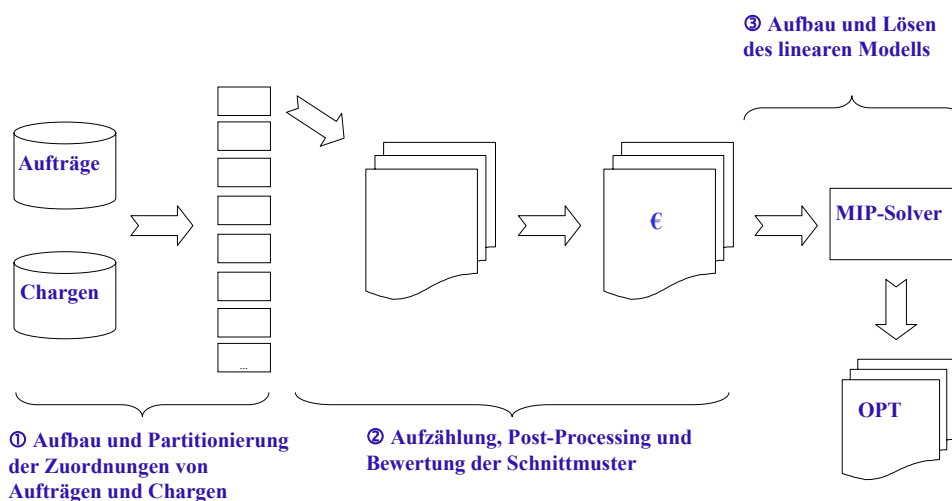
$$l \cdot b_i \leq \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq (u + 1) \cdot b_i$$

$$x_j \geq 0 \text{ und ganzzahlig}$$

- Das LP kann sehr schnell gelöst werden (Primal Simplex); durch Rundung ergibt sich häufig eine sehr gute IP-Lösung
- Ein noch besserer Lösungs-Ansatz ergibt sich mit Column-Generation. Hier wird mit einer Teilmenge der Schnittmuster gestartet und nur das LP gelöst.
- Weitere Schnittmuster werden dann generiert und deren reduzierte Kosten d_j bzgl. des LPs bestimmt $d_j = c_j - \pi_j a_j$; sind die d_j attraktiv, denn werden die Spalten in das LP aufgenommen
- Wenn keine „attraktiven“ Schnittmuster mehr gefunden werden, so wird das IP gelöst

Grobe Systemarchitektur

- Steinzen I., Koberstein A., Suhl U.H.: Ein Entscheidungsunterstützungssystem zur Zuschnittoptimierung von Rollenstahl. In: Suhl L, Voß S. (Eds.): Quantitative Methoden in ERP und SCM, DSOR Beiträge zur Wirtschaftsinformatik, 2, 126-143, 2004.



Kapazitiertes, einstufiges Losgrößenproblem

- **Hypothesen**

- einstufige Mehrproduktfertigung mit Kapazitätsbeschränkung
- eine Fertigungsreihenfolge wird nicht ermittelt, fixe Rüstkosten
- lineare Kostenfunktionen für variable Lagerhaltungs- u. Produktionskosten

- **Modellformulierung als gemischtes 0-1-Modell**

- Indizes und Indexmengen, j Produkt, $j \in J$, t Periode, $t \in T$
- Konstanten

b_{jt} Bedarf an Produkt j in Periode t	[ME]
f_j fixe Rüstkosten für Produkt j	[GE]
c_j Lagerhaltungskosten für Produkt j	[GE/ME]
p_j variable Produktionskosten für Produkt j	[GE/ME]
k_t verfügbare zeitliche Kapazität in Periode t	[ZE]
d_j Produktionsdauer zur Herstellung von Produkt j	[ZE/ME]

- **Kontinuierliche Variablen**

l_{jt} Lagerbestand des Produktes j am Ende der Periode t

x_{jt} Produktionsmenge von Produkt j in Periode t

(0-1)-Variablen: $y_{jt} = 1$ falls in Periode t Produkt j produziert wird, 0 sonst

$$\min \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} (f_j y_{jt} + c_j l_{jt} + p_j x_{jt})$$

$$x_{jt} \leq y_{jt} \sum_{r=t}^{|T|} b_{jr}, j \in J, t \in T, l_{jt-1} + x_{jt} - l_{jt} = b_{jt}, j \in J, t \in T$$

$$\sum_{j \in J} d_j x_{jt} \leq k_t, t \in T, l_{j0} = l_{j|T|} = 0, j \in J, l_{jt} \geq 0, x_{jt} \geq 0, y_{jt} \in \{0,1\}, j \in J, t \in T$$

Kurzfristige Produktionsplanung

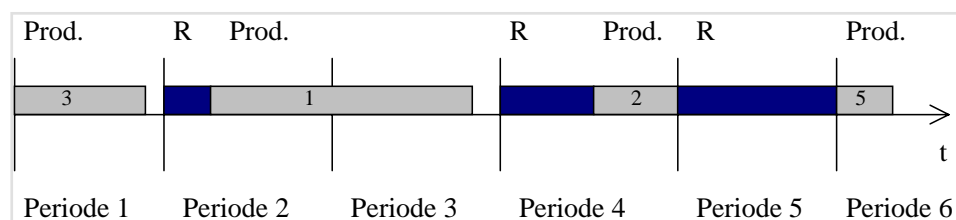
- **Berücksichtigung von Rüstzeiten bei Wechselfertigung von Teilen auf einer Fertigungslinie mit angeschlossenem Lager und Losbildung**

- **Ermittlung einer Fertigungsreihenfolge für die Produkte**

- **Hypothesen**

- Rüstzeiten, Rüst- und Fixkosten sind nur produktabhängig, nicht reihenfolgeabhängig
- konstante Produktionsrate pro Periode und Produkt, lineare Kostenfunktionen

- **Modell ist auf mehrstufige Prozesse mit Zwischenlagern übertragbar, jedoch i. A. schwierig zu lösen**



MIP-Modell für kurzfristige Produktionsplanung (1)

● Modellformulierung

- Indizes und Indexmengen: j Produkt, $j \in J$, t Periode, $t \in T$
- Konstanten

l	Lagerkapazität	[VE]
l_{j0}	Anfangsbestand von Produkt j	[ME]
a_j	Lagerinanspruchnahmen von Produkt j	[VE/ME]
b_{jt}	prognostizierter Bedarf von Produkt j in Periode t	[ME]
z_j	Rüstzeit für Produkt j	[ZE]
k_t	Kapazität der Maschine in Periode t	[ZE]
p_{jt}	Produktionsrate für Produkt j in Periode t	[ME/ZE]
c_{jt}^R	Rüstkosten für Produkt j in Periode t	[GE]
c_{jt}^L	Lagerkosten für Produkt j in Periode t	[GE/ME]
c_{jt}^F	Fixkosten zur Produktion von Produkt j in Periode t	[GE]
c_{jt}^R	Rüstkosten für Produkt j in Periode t	[GE]
c_{jt}^L	Lagerkosten für Produkt j in Periode t	[GE/ME]
c_{jt}^F	Fixkosten zur Produktion von Produkt j in Periode t	[GE]
c_{jt}^V	variable Produktionskosten für Produkt j in Periode t	[GE/ZE]
y_{j0}	Anfangsorientierung der Maschine für Produkt j	

MIP-Modell für kurzfristige Produktionsplanung (2)

- Kontinuierliche Variablen

x_{jt}	Produktionszeit für Produkt j in Periode t	[ZE]
l_{jt}	Bestand des Produktes j am Ende von Periode t	[ME]

- (0-1)-Variablen

$r_{jt} = 1$, falls auf Produkt j in Periode t umgerüstet wird, 0 sonst
 $y_{jt} = 1$, falls in Periode t Produkt j produziert wird, 0 sonst

- IP-Modell

$$\text{Min} \sum_{t \in T} \sum_{j \in J} (c_{jt}^R r_{jt} + c_{jt}^F y_{jt} + c_{jt}^V x_{jt} + c_{jt}^L l_{jt})$$

$$x_{jt} + z_j r_{jt} \leq k_t y_{jt}, \quad \forall (j \in J, t \in T)$$

$$y_{jt} - y_{j(t-1)} \leq r_{jt}, \quad \forall (j \in J, t \in T)$$

$$l_{jt} = l_{j0} + \sum_{k=1}^t (p_{jk} x_{jk} - b_{jk}), \quad \forall (j \in J, t \in T)$$

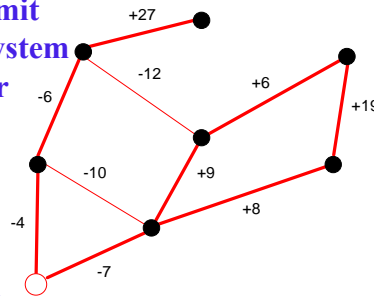
$$\sum_{j \in J} a_j l_{jt} \leq l, \quad \sum_{j \in J} y_{jt} \leq 1, \quad \forall t \in T$$

$$x_{jt}, l_{jt} \in \mathbb{R}_+, \quad r_{jt}, y_{jt} \in \{0,1\}, \quad \forall (j \in J, t \in T)$$

- *Die Rüstvariablen sind in einer optimalen IP-Lösung automatisch ganzzahlig und können daher als reelle Variablen spezifiziert werden*
- dieses Modellklasse führt i.d.R. zu sehr schwierigen MIP-Modellen

Optimale Ausbauplanung von Gasnetzen

- ein Stadtgasnetz soll in einem mehrjährigen Planungszeitraum optimal ausgebaut werden; Projekt mit der Ruhrgas; ein Softwaresystem wird im In- und Ausland zur Investitionsplanung von Stadtgasnetzen eingesetzt



- unberührter Straßenabschnitt
- in der optimalen Lösung zu verrohren
- Einspeisungsknoten
- anderer Knoten

- zu entscheiden ist, ob und in welcher Periode eine Straße verrohrt wird, wobei der Gesamtdeckungsbeitrag maximiert wird und diverse Restriktionen einzuhalten sind
- aus Verrohrungskosten [DM/m] und potentiell Gasverbrauch der Objekte jedes Straßenabschnittes werden Jahresdeckungsbeiträge geschätzt
- optimale Lösung: zusammenhängender Teilgraph (Steiner-Graph)
- Steiner Problem in Graphen: NP-hart
- bei 1000 Knoten gibt es ca. 2^{1000} Möglichkeiten !
- mit MOPS lassen sich optimale Lösungen in Minuten auf PCs berechnen und visualisieren

Mathematisches Modell

● Konstanten

- $D = (V, A)$ gerichteter Graph des unausgebauten Straßennetzes
- $T = \{1, \dots, r\}$ Indexmenge des Planungshorizontes
- p_{it} Deckungsbeitrag wenn Kante i in Periode t verrohrt wird, $i \in A, t \in T$
- l_i Länge von Kante i [LE], $i \in A$
- L_t maximal mögliche Verrohrung in Periode t , $t \in T$
- c_i Kosten [GE/LE] für Verrohrung der Kante i , $i \in A$
- e_t Eskalationsfaktor für Kostensteigerung von c_i in Periode t , $t \in T$
- b_t Budget [GE] für Verrohrungskosten in Periode t
- i^* bezeichnet für $i \in A$ die Kante der umgekehrten Richtung, falls existent
- $P(i)$ Menge der direkten Vorgänger der Kante i ohne i^*
- Z Menge von Zyklen, d.h. Kantenzug der an einem Knoten startet u. endet

● Entscheidungsvariablen

- $x_{it} = 1$, wenn Kante i in Periode t verrohrt wird, 0 sonst, $i \in A, t \in T$

● Zielfunktion

- Maximierung der Deckungsbeiträge des verrohrten Teilgraphs im Planungshorizont

$$\text{Max} \sum_{i \in A} \sum_{t \in T} p_{it} x_{it}$$

Mathematisches Modell (2)

● Restriktionen

- **Limitierung der Kantenüberdeckung, d.h. höchstens i oder i^* dürfen maximal einmal im Planungshorizont verrohrt werden**

$$\sum_{t \in T} x_{it} + \sum_{t \in T} x_{i^*t} \leq 1, i, i^* \in A \qquad \sum_{t \in T} x_{it} \leq 1, i \in A, i^* \notin A$$

- **Zusammenhang, d.h. eine Kante darf nur dann in Periode t verrohrt werden wenn mindestens ein Vorgänger in einer Periode $k \leq t$ verrohrt wurde**

$$x_{it} \leq \sum_{j \in P(i)} \sum_{k \leq t} x_{jk}, i \in E, P(i) \neq \emptyset, t \in T$$

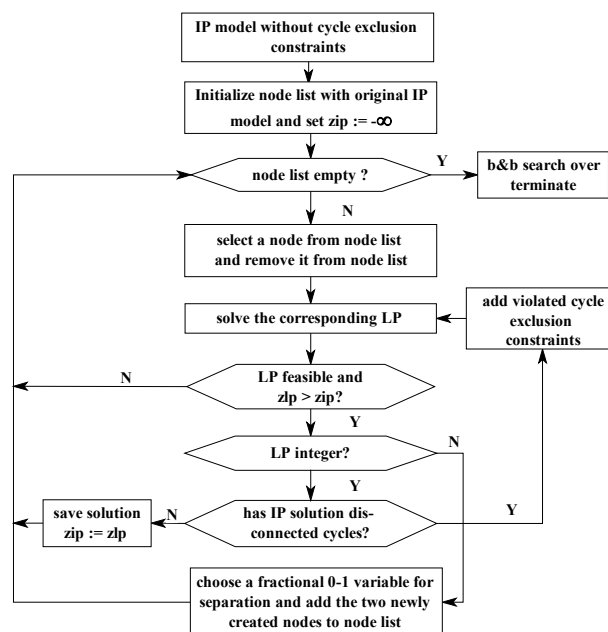
- **Zyklusrestriktion: in Periode t darf kein Zyklus Z von Kanten verrohrt werden**

$$\sum_{i \in Z} x_{it} \leq |Z| - 1, t \in T, \text{ all cycles } Z \text{ of } D$$

- **Kapazitäts- und Budgetrestriktionen begrenzen die Verrohrung in Periode t**

$$\sum_{i \in A} l_i x_{it} \leq L_t, t \in T \qquad \sum_{i \in A} c_i e_t x_{it} \leq b_t, t \in T$$

Lösung des Modells mit MOPS u. Branch-and-Cut



zip: function value of best integer

zip: function value of current LP relaxation



Planung von Nabe-Speiche-Netzen mit gemischt-ganzzahliger Optimierung Analyse und numerischer Vergleich von Modellen

**Vortrag und Paper präsentiert auf der WKWI-Tagung
2008 in München**

Uwe H. Suhl und Simon Löhner

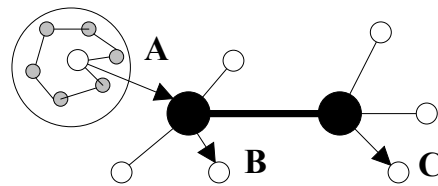
**Lehrstuhl für Wirtschaftsinformatik
Freie Universität Berlin**

Übersicht

- **Einleitung**
- **Topologie von Nabe- und Speiche-Netzen**
- **Modelle mit Routenvariablen**
- **Erweiterungen**
- **Mehrgüterflussmodelle**
- **Lösung der Modelle mit MOPS Studio**
- **Zusammenfassung und Ausblick**

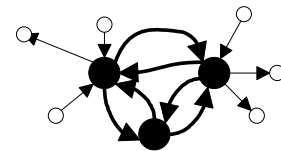
Einleitung

- Grundlegende Architektur eines Hub & Spoke Netzes
- Hub Standort Probleme
Hierbei wird die Lage, ggf. auch die Anzahl der Hubs bestimmt und die Zuordnung der Nicht-Hubs zu den Hubs festgelegt.



- Es werden folgende Annahmen getroffen:

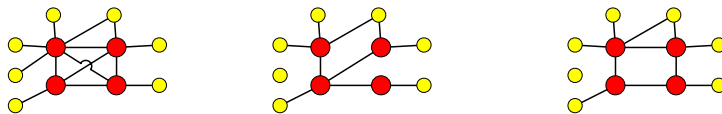
- Hub-Netz ist ein vollständiger Digraph
 - Transportkostenmatrix ist symmetrisch
 - Transportkosten sind im *Basismodell* proportional zur transportierten Menge, Fixkosten auf Hubs
 - Diskontfaktor für Verbindungen zwischen Hubs
 - Variable Transportkosten pro ME von i nach j über Hubs k und l
-
- Minimierung der Gesamtkosten $c_{ijkl} = c_{ik} + \alpha c_{kl} + c_{lj}$, wobei $\alpha \leq 1$
 - Formulierung als gemischt-ganzzahliges Optimierungsmodell



Hubnetz als Digraph

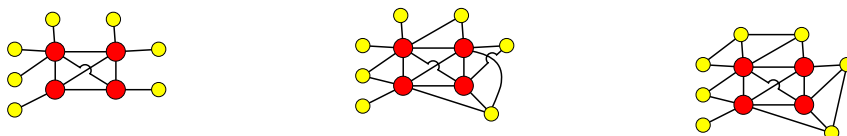
Topologie von Nabe- und Speiche-Netzen

- Topologie von Hub-Netzen, z.B. vollständiger Graph, als Baum oder als Kreis



- Topologie des Zugangs-Netzes

- Einfache Zuordnung: jeder Nicht-Hub-Knoten ist genau einem Hub-Knoten zugeordnet
- Mehrfache Zuordnung: ein Nicht-Hub-Knoten kann mehreren Hub-Knoten zugeordnet werden
- Direktverbindungen zwischen Nicht-Hub-Knoten



Modelle mit Routenvariablen

- **Erstmalige Modellformulierungen gehen auf Campbell zurück**
- **Verbesserung der Modelle durch Skorin-Kapov et al. (strengere LP-Relaxierung)**
- **Mathematisches Grundmodell (mehrfache Zuordnung)**

- w_{ij} Menge die vom Knoten i zum Knoten j transport werden soll [ME]
- x_{ijkl} Anteil der zu transportierenden Menge von i nach j über k und l
- h_k 0-1-Variable für Fixkosten
- **Zielfunktion minimiert Kosten**

$$\min \sum_{i \in N} \sum_{k \in N} \sum_{l \in N} \sum_{j \in N} w_{ij} c_{ijkl} x_{ijkl} + \sum_{k \in N} f_k h_k \quad (1.1)$$
 - variable Transportkosten
 - fixe Einrichtungskosten
- **Nebenbedingungen**

$$s.t. \sum_{k \in N} \sum_{l \in N} x_{ijkl} = 1 \quad \forall i, j \in N \quad (1.2)$$

$$\sum_{l \in N} x_{ijkl} \leq h_k \quad \forall i, j, k \in N \quad (1.3)$$

$$\sum_{k \in N} x_{ijkl} \leq h_l \quad \forall i, j, l \in N \quad (1.4)$$

$$h_k \in \{0,1\} \quad \forall k \in N \quad (1.5)$$

$$x_{ijkl} \geq 0 \quad \forall i, j, k, l \in N \quad (1.6)$$

mit $c_{ijkl} = [c_{ik} + \alpha c_{kl} + c_{lj}]$

 - 1.2 Flussserhaltung
 - 1.3-1.4 Transportrestriktionen
Transport kann nur über Hub Standorte stattfinden
 - 1.5-1.6 Einforderung der Binärität / Nichtnegativität von Entscheidungsvariablen

Erweiterungen

- **Basismodell berücksichtigt nur Kostendegression auf Hubverbindungen**
- **Einfache Zuordnung**
 - Stärkere Bündelung der Flüsse auf den Nicht-Hub Verbindungen
 - Erfordernis weiterer Binärvariablen für Zuordnung
- **Nicht lineare Transportkosten**
 - Erstmalige Aufstellung eines Modells von O'Kelly und Bryan
 - Abbildung von degressiven Kostenverläufen möglich durch stückweise Linearisierung auf den Verbindungen.
 - Zunehmende Komplexität führt zu Erhöhung der Laufzeiten
 - Lösbarkeit kleinerer Modelle mit nicht linearem Kostenverlauf auf Interhubverbindungen möglich.

Mehrgüterflussmodelle

- **Erstmalige Formulierung von Ernst und Krishnamoorthy**
- **Weniger Variablen, allerdings schlechtere LP-Relaxierung**
- **Mathematisches Grundmodell**

- z_{ik} Menge die vom Knoten i zum Hub k transportiert wird
- y_{kl}^i Menge die von Hub k zu Hub l transportiert wird und ihren Ursprung in i hat
- x_{lj}^i Menge die von Hub l zu Knoten j transportiert wird und ihren Ursprung in i hat

- **Zielfunktion minimiert Kosten**

- Variable Transportkosten
- Fixe Einrichtungskosten

- **Nebenbedingungen**

- 2.2 - 2.3 Nachfragedeckung
- 2.4 Flusserhaltung

Transport über maximal

2 Hubs, da Hubnetz ein

vollständiger Graph ist

- 2.5 - 2.6 Transport kann nur über Hubstandorte erfolge

$$\min \sum_{i \in N} \left[\sum_{k \in N} c_{ik} z_{ik} + \alpha \sum_{k \in N, l \in N} c_{kl} y_{kl}^i + \sum_{l \in N, j \in N} c_{lj} x_{lj}^i \right] + f_k h_k \quad (21)$$

$$st. \sum_{k \in N} z_{ik} = \sum_{j \in N} w_j \quad \forall i \in N \quad (22)$$

$$\sum_{l \in N} x_{lj}^i = w_j \quad \forall i, j \in N \quad (23)$$

$$z_{ik} + \sum_{l \in N} y_{lk}^i = \sum_{l \in N} y_{kl}^i + \sum_{j \in N} x_{kj}^i \quad \forall i, k \in N \quad (24)$$

$$z_{ik} \leq \sum_{j \in N} w_j h_k \quad \forall i, k \in N \quad (25)$$

$$x_{lj}^i \leq w_j h_l \quad \forall i, l, j \in N \quad (26)$$

Numerische Ergebnisse für Mehrgüterflussmodelle

Modell-Name	FM 25	FM 40	FM 50
# Standorte	25	40	50
#Restriktionen	17525	68840	132550
#Variablen	31275	128040	250050
#0-1-Variablen	25	40	50
LP-Zeit (secs)	0.92	12.61	25.91
ZF des LPs	132135385.1	284100629.4	476148774.6
ZF nach IPP	132369012.7	284565369.9	476414922.5
ZF 1. IP-Lösung	133780383.0	289469003.0	485913574.0
Min. für 1. IP-Lösung	0.09	0.80	2.13
ZF beste IP-Lösung	133250499.0	286881170.0	480719672.0
Min. für beste IP-Lös.	0.16	1.16	3.75
Gesamtzeit (Min.)	0.19	1.91	18.77
Gesamtzahl Knoten	142	100	1044

Alle Zeiten in Secs. Auf einem Intel Core2Duo (2,67 GHz)

Numerische Ergebnisse für Modelle mit Routenvariablen

Modell-Name	RM 25	RM 40 ^{*)}	RM 50 ^{*)}
# Standorte	25	40	50
#Restriktionen	31875	129600	252500
#Variablen	390650	2560040	6250050
#0-1-Variablen	25	40	50
LP-Zeit (secs)	2.0	16.59	89.30
ZF des LPs	133227763.0	286898896.0	480722271.0
ZF nach IPP	133235722.0	286898896.0	480722271.0
ZF 1. IP-Lösung	133254612.0	286898896.0	480722271.0
Min. für 1. IP-Lösung	0.28	0.31	1.62
ZF beste IP-Lösung	133250499.0	286898896.0	480722271.0
Min. für beste IP-Lös.	0.29	0.31	1.62
Gesamtzeit (Min.)	0.32	0.31	1.62
Gesamtzahl Knoten	3	0	0

^{*)} IntelCore2Duo (2,67), WinXP64, 6 GB Hauptspeicher und MOPS in der 64 Bit Version

Zusammenfassung und Ausblick

- Modelle mit Routenvariablen weisen gegenüber den Modellen mit Flussvariablen eine wesentlich schärfere LP-Relaxierung auf, die sogar i.d.R. zu einer ganzzahligen Lösung führt (multiple allocation, no side constraints)
- Obwohl die Modelle mit Routenvariablen sehr viel mehr Variablen und Restriktionen aufweisen werden diese insgesamt viel schneller gelöst.
- Dazu ist aber der Einsatz von 64 Bit-Optimierungssoftware und PCs mit großem Hauptspeicher erforderlich
- Nichtlineare Transportkosten auf den Hub-Verbindungen führen zu viel schwieriger lösbaren Modellen, für die nicht immer in vertretbarer Zeit optimale Lösungen bestimmt werden können. Jedoch werden Lösungen mit einem globalen Gap unter 5% immer recht schnell erreicht.
- Insgesamt kann man feststellen, dass die Planung von Nabe und Speiche-Systemen mit Hilfe von MIP-Modellen und Standard-Optimierungssoftware für Praxisanwendungen sehr gut geeignet ist.

Aufgaben zu Kapitel 7

1. Gegeben ist ein Distributionssystem mit m Lagern. Von diesen Lagern werden n Bedarfsregionen beliefert. Es soll entschieden werden, ob es kostensparender wäre, einige Lager zu schließen. Dazu wird für einen festen Planungshorizont folgendes Modell betrachtet:

x_{ij} bezeichnet die Menge, die von Lager i an Kunde j geliefert werden soll [ME]

y_i ist 1, wenn Lager i geschlossen werden soll, 0 sonst

f_i sind die Fixkosten von Lager i im Planungshorizont [GE]

c_{ij} sind die Einheitstransportkosten [GE/ME]

$$\begin{aligned} \text{Min } & \sum_i \sum_j c_{ij} x_{ij} + \sum_i f_i y_i \\ & \sum_j x_{ij} \leq a_i, \quad i = 1, \dots, m \\ & \sum_i x_{ij} \geq b_j, \quad j = 1, \dots, n \end{aligned}$$

Modifizieren Sie dieses Modell entsprechend, indem Sie die Entscheidungsvariablen in das gegebene Modell einfügen!

2. Zusätzlich zu 1. gilt: Wenn Lager i geschlossen wird, dann muss Lager j geöffnet bleiben, d.h. $y_i=1 \Rightarrow y_j=0$. Weiterhin kann ein bestehendes Lager i in der Kapazität um c_i ME zu Fixkosten K_i erweitert werden

Aufgaben zu Kapitel 7

3. Das bereits mehrfach benutzte Standortplanungsproblem für Lager setzte einen einperiodischen Planungshorizont voraus. Durch die Osterweiterung ergeben sich aber auch dynamisch ändernde Absatzmärkte. Dies kann dazu führen dass sich eine Standortentscheidung (mit hohen Fixkosten und Risiken) erst in späteren Perioden getroffen werden sollte. Wir betrachten $t=1, \dots, r$ Perioden, die ggf. in späteren Perioden auch länger sein können. Es soll entschieden werden an welchen Standorten und in welcher Periode Lager gebaut werden sollen. Lagerhaltung wird auf Grund der Länge der Perioden vernachlässigt!

Daten

- b_{jt} Bedarf pro Periode und Kunde j [ME]
- f_{it} Fixkosten, wenn Lager i in Periode t gebaut wird [GE]
- c_{ijt} Distributionskosten [GE/ME] vom Lager i zum Kunden j in Periode t
- a_i Kapazität des zu bauenden Lagers [ME]

Entscheidungsvariablen

- $y_{it} \in \{0, 1\}$, $y_{it} = 1$ falls in Periode t am Standort i ein Lager errichtet wird; 0 sonst
- x_{ijt} ist die Menge ($x_{ijt} \geq 0$), die Kunde j in Periode t vom Lager i beziehen soll [ME]

$$\text{Min } \sum_i \sum_j \sum_t c_{ijt} x_{ijt} + \sum_i \sum_t f_{it} y_{it}$$

Erster Versuch – nicht unbedingt richtig!

$$\begin{aligned} x_{ijt} & \leq b_{jt} y_{it}, \quad i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n, t = 1, \dots, r \\ \sum_j x_{ijt} & \leq a_i y_{it}, \quad i = 1, \dots, m, t = 1, \dots, r \\ \sum_i x_{ijt} & \geq b_{jt}, \quad j = 1, \dots, n, t = 1, \dots, r \end{aligned}$$

Aufgaben zu Kapitel 7

4. In dem anfangs vorgestellten Modell mit Routenvariablen für die Planung von Nabe- und Speiche Systemen müssen alle Transporte vom Knoten i zum Knoten j über zwei Hubs k und l transportiert werden. Erweitern Sie das Modell so, dass Direkttransporte zwischen Knoten i und j möglich sind, wenn eine vorgegebene minimale Transportmenge mt_{ij} eingehalten wird.
5. Ändern Sie das Modell mit Routenvariablen so, dass stückweise lineare Transportkosten auf den Interhub-Verbindungen möglich sind.