

Aufgabe: Futter

- Ein Biobauer braucht täglich mindestens 800 kg Spezialfutter für Tiere. Dabei handelt es sich um eine Mischung von Mais und Sojamehl mit den folgenden Eigenschaften (siehe Tabelle). Laut Bestimmungen muss die Mischung mindestens 30% Protein und höchstens 5% Ballaststoffe beinhalten.

	Protein	Ballaststoffe	Preis (EUR/kg)
	[Anteil per kg Futter]		
Mais	0,09	0,02	0,30
Sojamehl	0,60	0,06	0,90

Aufgabe: Formulieren Sie für diese Aufgabe ein lineares Optimierungsmodell, welches die Futterkosten minimiert, und lösen Sie es mit ClipMOPS.

Optimierungssysteme - SS08

Beispiel Gemüsegärtnerei

- Eine Gemüsegärtnerei möchte bis zu 6000 m² Fläche zwischen drei Gemüsearten (Mohrrüben, Gurken und Blumenkohl) aufteilen. Die Fläche kann beliebig aufgeteilt werden. Die Gemüsearten haben jeweils unterschiedlichen Bedarf an Arbeitsstunden und Wasser (siehe Tabelle).
- Insgesamt hat die Gärtnerei 25.000 Arbeitsstunden, 800.000 l Wasser, sowie 3000 kg Düngemittel zur Verfügung.

	Deckungsbeitrag €/m ²	Arbeitsstunden Std./m ²	Wasser l/m ²	Düngemittel kg/m ²
Mohrrüben	4,00	3	100	0,4
Blumenkohl	5,50	5	90	0,25
Gurken	6,00	6	120	0,5

Aufgabe: Formulieren Sie ein lineares Optimierungsmodell in AMPL. Der Deckungsbeitrag soll maximiert werden. Benutzen Sie dazu das MOPS Studio.

Optimierungssysteme - SS08

Ober- und Untergrenze und Default Werte

- Parametern und Variablen können bei ihrer Definition eine Ober und eine Untergrenze zugewiesen bekommen.

```
param x {PROD} >=0, <= 15;
```

- Werden indizierte Variablen oder Parameter bei der Deklaration durch indizierte Parameter eingeschränkt, muss der Index angegeben werden

```
var x {j in PROD} >=0, <=Nachfrage[j];  
param x {j in PROD} >=lb[j], <=ub[j];
```

- Parametern können bei ihrer Definition einen Standard Wert (default Wert) bekommen.

```
param x {PROD} default 20;
```

Optimierungssysteme - SS08

Aufgabe: Werbebudget

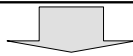
- Sie sind für eine Werbecampagne zur Einführung eines neuen Produktes verantwortlich. Ihnen steht ein Budget von 1Mio € zur Verfügung. Es besteht die Möglichkeit entweder im Fernsehen oder in der Zeitung zu werben. Eine Minute Sendezeit kostet 20000€ und erreicht 1,8Mio. Kunden. Eine Seite in einer Zeitung kostet 10000€ und erreicht 1 Mio. Kunden. Sie müssen mindestens 10 Minuten Sendezeit abnehmen. Wie sollten Sie das Budget verwenden um möglichst viele Kunden zu erreichen?
- a) Um einen effektive Werbekampagne zu entwickeln bedarf es Kreativität und Talent. In ihrem Unternehmen bedarf es 3 Wochen um eine Zeitungsseite zu gestalten und 1 Woche um eine Minute Sendezeit zu gestalten. Es stehen lediglich 100 Wochen zur Verfügung.
- b) Radiowerbung erreicht eine viertel Mio. Kunden pro Minute, kostet 2000€ pro Minute und erfordert lediglich einen Arbeitstag zur Entwicklung. Wie beeinflusst diese Medium Ihre Lösung?
- c) Wie verändert sich Ihrer Lösung, wenn Sie mindesten 2 Zeitungsseiten kaufen müssen? Und wie, wenn Sie mindesten 120 Minuten Radiowerbung machen müssen?

Optimierungssysteme - SS08

Modell in Standardform

- **Schlupfvariablen / slack variable**
Sind künstliche Variablen, die eingeführt werden, um die absolute Differenz zwischen der linken und der rechten Seite einer Ungleichung darzustellen.

$$\begin{array}{rcl}
 z = \max & 8x_1 + 12x_2 & \\
 & x_1 & \leq 6 \\
 & & x_2 & \leq 4 \\
 & 20x_1 + 40x_2 & \leq 200 \\
 & x_1 + x_2 & \leq 7
 \end{array}$$



$$\begin{array}{rcl}
 z = \max & 8x_1 + 12x_2 & \\
 & x_1 & + x_3 & = 6 \\
 & & x_2 & + x_4 & = 4 \\
 & 20x_1 + 40x_2 & & + x_5 & = 200 \\
 & x_1 + x_2 & & + x_6 & = 7
 \end{array}$$

Optimierungssysteme - SS08

Modell in Standardform

- Bei m Restriktionen und n Variablen lautet das allg. Modell dann:

$$\begin{array}{l}
 \max \sum_{j=1}^n c_j x_j \\
 \sum_{j=1}^{n+m} a_{ij} x_j = b, \quad \forall i = 1, \dots, m \\
 x_j \geq 0 \quad \forall j = 1, \dots, m+n
 \end{array}$$

- Bzw. in Matrix-Schreibweise:

$$\begin{array}{l}
 \max \quad c^T x \\
 Ax = b \\
 x \geq 0
 \end{array}$$

Dabei sind die Vektoren c bzw. x $(n+m)$ -Spalten-Vektoren. b ist ein m -Vektor. A ist eine $m \times (n+m)$ Matrix, die die $m \times m$ -Matrix der Schlupfvariablen enthält. Die Matrix der Schlupfvariablen hat nur 1 oder -1 auf der Diagonalen, alle anderen Einträge sind Null.

Optimierungssysteme - SS08

Grenzertrag und Schattenpreise

Der **Grenzertrag** (*reduzierte Kosten*) einer strukturellen Nichtbasisvariable stellt die marginale Auswirkung im Zielfunktionswert dar, wenn der Wert der Variable um eine Einheit erhöht wird

Der **Schattenpreis** (*dual price*) einer Restriktion gibt an, wie viel sich der Zielfunktionswert ändert, wenn die Kapazität der entsprechenden Ressource um einen Einheit erhöht wird.

Ist die optimale Lösung degeneriert, ist eine Sensitivitätsanalyse nicht praktikabel. (d.h. die optimale Basislösung ist stark entartet, viele Basisvariablen haben den Wert 0)