

Optimierungsmodelle

■ LP-Modell

Ein lineares Problem optimiert eine lineare Zielfunktion unter Berücksichtigung von linearen Restriktionen.

■ IP/MIP-Modell

Ein gemischt-ganzzahliges lineares Problem optimiert eine lineare Zielfunktion unter Berücksichtigung von linearen Restriktionen und Ganzzahligkeitsbedingungen für mindestens eine Variable

- IP: alle Variablen im Modell müssen ganzzahlig sein
- MIP: eine Teilmenge der Variablen im Modell muss ganzzahlig sein

Optimierungssysteme – SS08

Erweiterung des Bus-Beispiels

■ Es gibt nicht mehr nur 2 Bustypen sondern fünf zur Auswahl:

Typ	A	B	C	D	E
Mietpreis pro Tag	20€	40€	33€	12€	43€
Sitzplätze	8	12	15	7	13
Maxanzahl	6	4	2	3	4

■ Es stehen weiterhin nur 200€ und 7 Fahrer zur Verfügung

$$\begin{aligned} z &= \max 8x_1 + 12x_2 + 15x_3 + 7x_4 + 13x_5 \\ x_1 &\leq 6; \quad x_2 \leq 4; \quad x_3 \leq 2; \quad x_4 \leq 3; \quad x_5 \leq 4 \\ 20x_1 + 40x_2 + 33x_3 + 12x_4 + 43x_5 &\leq 200 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 &\leq 7 \end{aligned}$$

Optimierungssysteme – SS08

Lösung des erweiterten Bus-Beispiels

Bus	TYP A	TYP B	TYP C	TYP D	TYP E	TYP	RHS
MAX	8	12	15	7	13		
LB							
UB	6	4	2	3	4		
TYP	CON	CON	CON	CON	CON		
BUDGET	20	40	33	12	43	<=	200
FAHRER	1	1	1	1	1	<=	7
Activity	0,00	0,00	2,00	2,61	2,39		79,32

Bus	TYP A	TYP B	TYP C	TYP D	TYP E	TYP	RHS
MAX	8	12	15	7	13		
LB							
UB	6	4	2	3	4		
TYP	INT	INT	INT	INT	INT		
BUDGET	20	40	33	12	43	<=	200
FAHRER	1	1	1	1	1	<=	7
Activity	1	0	2	2	2		78,00

Optimierungssysteme – SS08

Variablentypen

■ Integer-Variable

- Eine Integer-Variable kann alle ganzzahligen Werte in dem Intervall [lb,ub] annehmen

- Deklaration in AMPL: `var name{j in MENGE} >=lb, <=ub integer;`

- Beispiel:

```
var xleiter{j in PROD} >=10, <=20 integer;
```

```
# xleiter muss für jeden Produktionstypen einen
```

```
# ganzzahligen Wert zwischen 10 und 20 annehmen
```

■ 0-1-Variable

- Die 0-1-Variable ist ein Spezialfall der Integer-Variablen. Die Variable kann nur den Wert Null oder Eins annehmen.

- Deklaration in AMPL: `var name{j in MENGE} binary;`

- Beispiel:

```
var xstandort {j in ORT} binary;
```

```
# 1, der Standort wird errichtet, sonst 0
```

Optimierungssysteme – SS08

Anwendungsbeispiele von 0-1-Variablen (1)

- Es stehen 5 verschiedene Standorte zur Auswahl. Es können allerdings nur maximal 3 Standorte gebaut werden.

```
set ORT;
```

```
var xstandort{j in ORT} binary; # 1, Standort wird bebaut,  
sonst 0
```

```
s.t. Standortproblem: sum{j in ORT} xstandort[j] <=3;
```

Optimierungssysteme – SS08

Anwendungsbeispiele von 0-1-Variablen (2)

- Produkte dürfen nur bei einer Mindestproduktion von *minprod* produziert werden

```
set PROD;
```

```
param minprod;
```

```
param maxMenge {PROD};
```

```
# Menge der produzierten Produkte
```

```
var xprod{j in PROD} >= 0, <= maxMenge[j];
```

```
var xproduziert{j in PROD} binary; # 1, Produkt j wird produziert, sonst 0
```

```
s.t. ProduktLB {j in PROD}: xprod[j] >= xproduziert*minprod;
```

```
s.t. ProduktUB {j in PROD}: xprod[j] <=xproduziert*maxMenge[j];
```

Optimierungssysteme – SS08

Anwendungsbeispiele von 0-1-Variablen (3)

- Wenn von einem Produkt weniger als *grenzwert* produziert wird, dann fallen Kosten von *kosten* an.

```
set PROD;  
param grenzwert;  
param kosten;  
var xprod {j in PROD} >= 0; # Menge der produzierten Produkte  
var xproduziert {j in PROD} binary; # 1, Produkt j wird weniger als  
# Grenzwert produziert, sonst 0  
minimize Kosten: ... + sum{j in PROD} kosten*xproduziert[j];  
s.t. ProduktLB {j in PROD}: xprod[j] >= (1-xproduziert)*grenzwert;
```

Optimierungssysteme – SS08

Werbepbudget (Aufgabe2)

- Erweitern Sie die Aufgabe 2 so, dass die Mindestmengen eines Werbemediums nur dann in Anspruch genommen werden müssen, wenn das Medium überhaupt genutzt wird.

$$\begin{aligned} \max \quad & \sum_{m \in M} \text{Kunden}_m x_m \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{m \in M} \text{Kosten}_m x_m \leq \text{gesBud} \\ & \sum_{m \in M} \text{Zeit}_m x_m \leq \text{gesZeit} \\ & x_m \geq \text{lb}_m \quad \forall m \in M \end{aligned}$$

- Die Binärvariable y_m muss eingeführt werden, wenn $y_m=1$ wird mit dem Medium m geworben, $y_m=0$, wenn mit dem Medium m NICHT geworben wird.

Optimierungssysteme – SS08

...und in AMLP

- param Kunden{M}; param Kosten{M}; param gesZeit;
- param lb{M}; param Zeit{M}; param gesBud;
- var x{m in M} ~~>= lb[m];~~
- var y{M} binary;
- maximize AnzKunden: sum{m in M}Kunden[m]*x[m];
- s.t. Budget: sum{m in M}Kosten[m]*x[m]<=gesBud;
- s.t. Zeitbeg: sum{m in M}Zeit[m]*x[m]<=gesZeit;
- s.t. Untergr{m in M}: x[m]>=lb[m]*y[m];
- s.t. Obergr{m in M}: x[m]<=ub[m]*y[m];