



## Kapitalkosten, Wertprozesse und Steuern

Von Lutz Kruschwitz und Andreas Löffler\*

### Überblick

- Die Kritik Wilhelms an unserem Beitrag über Kapitalkosten vor und nach Steuern ist grundsätzlicher Natur. Wir halten sie für schlecht begründet und weisen sie daher zurück.

### A. Fragestellung

Die kritische Stellungnahme von *Wilhelm* (2005) zu unserem Beitrag *Kruschwitz und Löffler* (2004) gibt uns dankenswerter Weise die Gelegenheit, zu einem grundlegenden Konzept der Bewertung risikobehafteter Zahlungsströme Stellung zu nehmen, das im Rahmen der Unternehmensbewertung von zentraler Bedeutung ist. Wohl kein Praktiker hat ein Problem damit, erwartete künftige Cashflows mit risikoadjustierten Kapitalkosten zu diskontieren. Dass Theoretiker eine derartige Vorgehensweise grundsätzlich in Frage stellen oder sogar in Frage stellen müssen, ist ganz und gar unbestritten. Unvoreingenommene kritische Prüfung von Konzepten, die von Wirtschaftspraktikern einhellig akzeptiert werden, gehört zu den vornehmsten Aufgaben von Wissenschaftlern. Insoweit wäre eine Replik auf *Wilhelm* (2005), die die praktische Akzeptanz des Kapitalkostenkonzepts in den Vordergrund stellt, vollkommen unangemessen.

Eingegangen: März 2005

Prof. Dr. Lutz Kruschwitz, Professor für Bank- und Finanzwirtschaft, Freie Universität Berlin.

Prof. Dr. Andreas Löffler, Professor für Banken und Finanzierung, Universität Hannover.

**ZfB**  
ZEITSCHRIFT FÜR  
BETRIEBSWIRTSCHAFT  
© Gabler-Verlag 2005

## B. Problematischer Einstieg

*Wilhelm* wählt nach unserer Überzeugung einen unzweckmäßigen Einstieg in das von ihm diskutierte Thema, indem er meint, "ohne weitere Literaturhinweise" den Zusammenhang zwischen Kapitalkosten  $k$ , Dividenden (Cashflows)  $D$  und Unternehmenswerten  $V$  durch die Beziehung

$$(1) \quad V_t = \frac{E[\tilde{V}_{t+1} + \tilde{D}_{t+1} | \mathcal{F}_t]}{1 + k}$$

kennzeichnen zu dürfen.<sup>1</sup> Wir charakterisieren diesen Einstieg als eher ungeeignet, weil sich hinter vorstehender Gleichung Definitionen und Annahmen verbergen, die von *Wilhelm* nicht sauber herausgearbeitet werden. Ohne eine solche Klärung fehlt jedoch eine tragfähige Basis, von der aus man das Kapitalkostenkonzept grundsätzlich verwerfen könnte.

Um unsere Bedenken gegenüber der Vorgehensweise *Wilhelms* deutlicher werden zu lassen und zu erhärten, lösen wir seine Gleichung (1) einmal nach dem Kapitalkostensatz auf,

$$(2) \quad k = \frac{E[\tilde{V}_{t+1} + \tilde{D}_{t+1} | \mathcal{F}_t]}{V_t} - 1,$$

und schauen uns die rechte Seite an. Dort sehen wir im Zähler einen bedingten Erwartungswert, also eine Zufallsvariable. Teilt man diese durch  $V_t$  und zieht eine 1 ab, resultiert wieder eine Zufallsvariable, gleichgültig ob  $V_t$  stochastisch oder deterministisch ist. Infolgedessen steht auch auf der linken Seite von Gleichung (2) eine Zufallsvariable. Schauen wir von hier auf Gleichung (1) zurück, so erkennen wir, dass in *Wilhelms* Ausgangsgleichung mit einer Zufallsvariablen diskontiert wird. Wie das praktisch funktionieren soll, wird niemand sagen können. Diskontieren lässt sich gewiss nur mit eindeutigen Zahlen. Das alles belegt nur, dass *Wilhelm* einen ungeeigneten Einstieg wählt.

Um so etwas wie *Wilhelms* Gleichung (1) zu gewinnen und dabei gleichzeitig die beschriebenen Probleme zu vermeiden, muss man erstens eine Definition einführen und sich zweitens einer Annahme bedienen.

### 1. Man muss Kapitalkosten definieren.

Dabei könnte man sie als bedingte erwartete Renditen

$$(3) \quad \tilde{k} =_{\text{Def}} \frac{E[\tilde{V}_{t+1} + \tilde{D}_{t+1} | \mathcal{F}_t]}{\tilde{V}_t} - 1$$

fassen. Ob diese Definition richtig oder falsch ist, lässt sich nicht diskutieren. Definitionen sind allenfalls zweckmäßig oder unzweckmäßig. Wir haben an anderer Stelle begründet, warum wir die Definition im Sinne von Gleichung (3) für zweckmäßiger halten als andere denkbare Alternativen.<sup>2</sup> Wir dürfen vermuten, dass *Wilhelm* diese Einschätzung teilt.

## 2. Man muss eine Annahme über die Kapitalkosten treffen.

Da mit Zufallsvariablen nicht diskontiert werden kann, setzen wir voraus, dass die Kapitalkosten im Sinne von Gleichung (3) deterministisch sind. Das ist die Annahme. Nun zu der Frage, was wir über sie sagen können. Zweifellos könnte man untersuchen, ob sie sich empirisch bestätigen lässt. Nach einem solchen Test könnten wir die Annahme als erfüllt oder als nicht erfüllt oder als mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit erfüllt charakterisieren. Unabhängig davon, was nun aber bei solchen empirischen Tests herauskommt, können wir feststellen, dass die Annahme zweckmäßig ist, weil wir uns ohne eine solche Annahme einfach nur im Kreise drehen und keinen Schritt vorankommen: Wir könnten nämlich andernfalls nicht diskontieren.<sup>3</sup>

Aus Definition und Annahme lassen sich jedenfalls

$$\tilde{V}_t = \frac{E[\tilde{V}_{t+1} + \tilde{D}_{t+1} | \mathcal{F}_t]}{1+k} \quad \forall t > 0$$

und

$$V_0 = \frac{E[\tilde{V}_1 + \tilde{D}_1 | \mathcal{F}_0]}{1+k}$$

ableiten. Das entspricht elementarer Logik und sieht so aus wie *Wilhelms* Gleichung (1), wenn man berücksichtigt, dass der gegenwärtige Unternehmenswert deterministisch ist, während zukünftige Unternehmenswerte stochastisch sind.

## C. Beobachtbarkeit vs. Messbarkeit

Auf der Grundlage der letzten beiden Gleichungen kann man unter Verwendung der Transversalitätsannahme den Zusammenhang zwischen Kapitalkosten, künftigen Cashflows und Unternehmenswerten genauer klären. Ohne Einbeziehung von Steuern gewinnt man

$$(4) \quad \tilde{V}_t = \sum_{s>t}^T \frac{E[\tilde{D}_s | \mathcal{F}_t]}{(1+k)^{s-t}}.$$

*Wilhelms* Äußerungen hierzu sind unklar und in sich nicht schlüssig. So schreibt er, dass  $\mathcal{F}_t$  die  $\sigma$ -Algebra der beobachtbaren Ereignisse wäre. Üblich ist dagegen die Formulierung, dass Variablen, die sich auf Zeitpunkte  $s \geq t$  beziehen, als  $F_t$ -messbar anzusehen seien. Damit pflegt man zum Ausdruck zu bringen, dass sie zur im Zeitpunkt  $t$  vorhandenen Informationsmenge gehören. Da nun Beobachtbarkeit nicht zwangsläufig dasselbe ist wie  $F_t$ -Messbarkeit, haben wir zwei Möglichkeiten, *Wilhelm* zu interpretieren:

1. Werden Messbarkeit und Beobachtbarkeit gleichgesetzt, dann sind sowohl die Kapitalkosten als auch die Unternehmenswerte immer beobachtbar, weil ja beide  $F_t$ -messbar sind. Der bei *Wilhelm* unmittelbar folgende Satz, wonach Wertprozesse anscheinend nur unter bestimmten Bedingungen beobachtbar sind,<sup>4</sup> verliert bei dieser Interpretation seinen Sinn: Wertprozesse sind immer beobachtbar!

2. *Wilhelm* könnte unter Beobachtbarkeit aber auch verstehen, dass etwas mit den Sinnesorganen wahrgenommen werden kann. Dann ist seine Charakterisierung der  $\sigma$ -Algebren falsch.

Kapitalkosten sind weder "Hennen" noch "Eier". Sie sind vielmehr in ganz bestimmter Weise definiert und müssen bestimmte Bedingungen erfüllen, wenn man mit ihnen rechnen will. Mit Begriffen wie Kapitalkosten und Messbarkeit muss sorgfältig umgegangen werden, wenn man elementare Widersprüche vermeiden will.

## D. Voraussetzung vs. Schlussfolgerung

Für die von uns modellierte Einkommensteuer ergibt sich der Nach-Steuer-Unternehmenswert zu

$$(5) \quad \tilde{V}_t^\tau = (1 - \tau) \sum_{s>t} \frac{E[\tilde{D}_s | \mathcal{F}_t]}{(1 + k_\tau)^{s-t}}.$$

Das sieht auch *Wilhelm* so. Und er gibt uns vollkommen korrekt wieder, wenn er sagt, dass der *Mainstream* der Literatur zwischen den Vorsteuer-Kapitalkosten  $k$  und den Nachsteuer-Kapitalkosten  $k_\tau$  den Zusammenhang

$$(6) \quad k_\tau = k(1 - \tau)$$

verwendet, der im Allgemeinen auf *Johansson* (1969) zurückgeführt wird. Wir haben in unserem von *Wilhelm* kritisierten Beitrag gezeigt, dass aus

- unserer Definition der Kapitalkosten,
- der Annahme, dass die Kapitalkosten deterministisch sind,
- und dem *Johansson*-Zusammenhang gemäß Gleichung (6)

logisch folgt, dass  $\tilde{V}_t = V_t^\tau$  gelten muss, dass also unter den von uns benutzten Bedingungen der Vorsteuer-Unternehmenswert ebenso groß ist wie der Nachsteuer-Unternehmenswert (wie man das auch bei einer Besteuerung des ökonomischen Gewinns erwartet). Im Gegensatz dazu stellt *Wilhelm* die Behauptung auf, dass unsere Argumentation die Identität der Wertprozesse mit und ohne Berücksichtigung von Steuern bei entsprechend angepassten Kapitalkosten voraussetze. Um eine solche Behauptung zu untermauern, müsste er zeigen, dass sich aus unseren Voraussetzungen nicht zwingend  $\tilde{V}_t = V_t^\tau$  ableiten lässt. Das tut er aber nicht. Daher weisen wir seine Behauptung als falsch zurück. Der von ihm in den Gleichungen (8) bis (11) geführte Nachweis krankt daran, dass die Begriffe Kapitalkosten und Unternehmenswert nicht sauber definiert sind.

## E. Willkür vs. Beweis

Ebenso wie wir ist *Wilhelm* ein Anhänger des Arbitragefreiheitspostulats. In diesem Punkt sind wir anscheinend einer Meinung. Anders ist es mit dem Kapitalkostenkonzept. Er hält es für unbrauchbar, wir nicht.<sup>5</sup>

Im dritten Abschnitt seiner Bemerkungen will *Wilhelm* zeigen, dass wir unserem Lösungsvorschlag auch auf einem scheinbar viel einfacheren Weg hätten kommen können. Zu diesem Zweck beginnt er mit der Feststellung, dass im Nichtsteuerfall eine Bedingung vom Typ

$$(7) \quad a \geq \underbrace{\frac{1 + r_f}{1 + k - g}}_{:=m_1} \geq b$$

und im Steuerfall eine Bedingung vom Typ

$$(8) \quad a \geq \underbrace{\frac{1 + r_f(1 - \tau)}{1 + k_\tau - g}}_{:=m_2} \geq b$$

gelten muss, wenn Arbitragen ausgeschlossen sein sollen. Da die Ober- und Untergrenzen jeweils identisch sind, trifft er die korrekte Feststellung, dass wir zu unserem Vorschlag arbitragefreier Nachsteuer-Kapitalkosten auch durch schlichtes Gleichsetzen der mittleren Terme von (7) und (8) hätten kommen können,

$$m_1 = m_2 \implies 1 + k = (1 + k_\tau - g) \frac{1 + r_f(1 - \tau)}{1 + r_f}.$$

Es scheint so zu sein, als wenn das tatsächlich viel einfacher ist. Schaut man jedoch genauer hin, so bemerkt man, dass es ganz und gar willkürlich und daher inakzeptabel ist. Um sicherzustellen, dass die Relation (8) eingehalten wird, könnte man nämlich beispielsweise auch allgemein

$$\frac{m_2 - b}{a - b} = \left( \frac{m_1 - b}{a - b} \right)^x \quad \text{mit } x > 0$$

verwenden.<sup>6</sup> Man kann sich leicht klarmachen, dass dies für den Spezialfall  $x = 1$  dem Vorschlag von *Wilhelm* entspricht, woraus folgt, dass seine Idee willkürlich ist, solange er nicht begründet, warum  $x \neq 1$  ausgeschlossen wird. Wir wiederholen daher, dass *Wilhelms* Vorgehensweise willkürlich ist, während wir unser Resultat mit Hilfe eines Beweises aus klar formulierten Annahmen abgeleitet haben.

## F. Ökonomisch sinnvolle vs. unsinnige Fragestellungen

*Wilhelm* schreibt: "Es gibt keinen Mechanismus, der Märkte mit und ohne Berücksichtigung von Steuern simultan in einen Arbitrage-freien Zustand zwingen könnte."<sup>7</sup> Dies lesen wir als Vorwurf, dass wir nicht ökonomisch argumentieren.

Wir müssen zugeben, dass wir einen derartigen Mechanismus tatsächlich nicht vorgestellt haben, gestatten uns aber die Anmerkung, dass auch andere Autoren – *Wilhelm* eingeschlossen – offen lassen, wie sich Arbitragefreiheit am Markt durchsetzt. Üblicherweise beschränkt man sich hier auf die Feststellung, dass dauerhafte Arbitragegelegenheiten ungesättigte Investoren beliebig reich werden ließen, und die Vermutung, dass Arbitragegeschäfte einen Druck auf die Preise ausübten, der ihnen tendenziell den Boden entzieht. Solche Überlegungen mögen in die richtige Richtung gehen oder auch nicht. Ein vollständiges Modell sieht natürlich anders aus! Es müsste erklären, wie Marktteilnehmer agieren und Arbitragegelegenheiten verschwinden lassen.

Wenn man aber, wie wir es getan haben, einen Ad hoc-Zusammenhang zwischen zwei Modellen mit und ohne Steuern aufstellt, dann muss man wohl auch danach fragen, ob beide Modelle gleichzeitig in sich konsistent sein können. Und das führt unausweichlich zu der Frage, ob in beiden Modellen gleichzeitig von Arbitragefreiheit ausgegangen werden kann.

*Wilhelm* vergleicht unseren Rückgriff auf Vorsteuer-Kapitalkosten mit dem Griff nach einem Phantom,<sup>8</sup> woraus wir schließen dürfen, dass er unsere Fragestellung für uninteressant hält. Diese Haltung können wir nicht nachvollziehen. Wir glauben im Gegensatz, dass es sich hier um ein ökonomisch sehr wohl sinnvolles Problem handelt, dem bisher in der Literatur nicht die entsprechende Aufmerksamkeit geschenkt wurde.

## Anmerkungen

\* Die Autoren danken dem Verein zur Förderung der Zusammenarbeit von Lehre und Praxis am Finanzplatz Hannover e.V. für die finanzielle Unterstützung.

1 *Wilhelm* (2005), S. 1006. Im Gegensatz zu *Wilhelm* verwenden wir Tilden, um deutlich zu machen, ob es sich um stochastische Variablen handelt.

2 Siehe *Kruschwitz und Löffler* (2003a), Definition.1.1.

3 Ein Vorschlag, wie hier eventuell anders vorgegangen werden könnte, wurde kürzlich von *Rapp* (2005) unterbreitet.

4 "Ist der Wertprozess beobachtbar ('Henne'), dann...", *Wilhelm* (2005), S. 1006.

5 *Wilhelm* argumentiert in einer Randbemerkung damit, dass jedes Unternehmen mit einem erwarteten Cashflow von null bei Verwendung des Kapitalkostenkonzepts auch einen Unternehmenswert von null haben muss. Das ist falsch: wenn man das Beispiel eines Unternehmens wählt, das nur in der nächsten Periode Cashflows (mit einem Erwartungswert von null) verspricht, und wenn man weiter annimmt, dass dieses Unternehmen einen positiven Wert hat, dann belaufen sich die Kapitalkosten auf

$$k = \frac{E[\widetilde{CF}_1]}{V_0} - 1 = -100\%.$$

Eine DCF-Bewertung mit diesen Kapitalkosten führt nun schlichtweg zu einem unbestimmten Ergebnis,

$$V_0 = \frac{E[\widetilde{CF}_1]}{1+k} - 1 = \frac{0}{0} - 1.$$

Daraus lässt sich bisher nur der Schluss ziehen, dass die DCF-Verfahren in solch einem Fall einfach versagen. In der Literatur ist mindestens ein weiteres Bewertungsbeispiel bekannt, bei dem man trotz ökonomisch intuitivem Ergebnis ebenfalls die DCF-Methoden nicht verwenden kann, siehe *Kruschwitz und Löffler (2003b)*.

- 6 Die Menge der Transformationen, die dasselbe leisten, ist damit sicher nicht einmal erschöpfend beschrieben.
- 7 *Wilhelm (2005)*, S. 1010.
- 8 *Wilhelm (2005)*, S. 1010.

## Literatur

- Johansson, Sven Erik (1969) "Income taxes and investment decisions", *Swedish Journal of Economics*, 71, 103–110.
- Kruschwitz, Lutz und Löffler, Andreas (2003a) *DCF (Part I)*, Diskussionsarbeit, www.ssrn.com, paper ID 389 408.
- (2003b) "Zur Bewertung ewig lebender Unternehmen mit Hilfe von DCF-Verfahren", *Der Betrieb*, 56, 1401–1402.
- (2004) "Bemerkungen über Kapitalkosten vor und nach Steuern", *Zeitschrift für Betriebswirtschaft*, 74, 1175–1190.
- Rapp, Marc-Steffen (2005) *Arbitragefreie Bewertung von Investitionsprojekten: Ein Brückenschlag zwischen No-Arbitrage-Theorie und DCF-Verfahren mittels stochastischer Diskontierungssätze*, Diskussionsarbeit, www.ssrn.com, paper ID 520 962.
- Wilhelm, Jochen (2005) "Bemerkungen über Kapitalkosten vor und nach Steuern – Anmerkungen zu dem gleichnamigen Beitrag von Kruschwitz und Löffler", *Zeitschrift für Betriebswirtschaft*, 75, im Erscheinen.