Prof. Dr. Lutz Kruschwitz, Berlin

Risikoabschläge, Risikozuschläge und Risikoprämien in der Unternehmensbewertung

I. Einleitung

Üblicherweise geht man bei der Unternehmensbewertung davon aus, dass das zu bewertende Unternehmen in der Zukunft Einzahlungsüberschüsse (Nettoeinzahlungen, positive Cashflows) erwirtschaftet, die mit Unsicherheit behaftet sind. Wenn solche Nettoeinzahlungen angemessen bewertet werden sollen, müssen Risikoadjustierungen vorgenommen werden. Um diesen Zweck zu erreichen, werden in der Literatur üblicherweise zwei Wege genannt.

1. Der erste Weg besteht darin, dass die erwarteten Nettoeinzahlungen um einen Risikoabschlag vermindert werden und das verbleibende Sicherheitsäquivalent mit dem risikolosen Zinssatz diskontiert wird, also

$$\text{Barwert} = \frac{\text{erwartete Nettoeinzahlungen} - \text{Risikoabschlag}}{1 + \text{risikoloser Zinssatz}}. \qquad (1)$$

2. Der zweite Weg nimmt die Risikoadjustierung beim Diskontierungssatz vor und lässt die Nettoeinzahlungen unverändert, das heißt

$$\text{Barwert} = \frac{\text{erwartete Nettoeinzahlungen}}{1 + \text{risikoloser Zinssatz} + \text{Risikoprämie}}. \qquad (2)$$

Werden Risikoabschlag beziehungsweise Risikoprämie in geeigneter Weise gewählt, sind beide Bewertungstechniken selbstverständlich im Ergebnis vollkommen äquivalent.

Es gibt Unternehmen, bei denen wir typischerweise beobachten können, dass über viele Jahre hinweg keine Einzahlungsüberschüsse, sondern Auszahlungsüberschüsse anfallen. Beispielhaft wäre an Atomkraftwerke oder an Tagebaubetriebe zu denken. Für einen Braunkohletagebau etwa ist charakteristisch, dass während der Phase des Abbaus Nettoeinzahlungen anfallen und nach Einstellung der Förderung die Oberfläche neu zu gestalten ist und Renaturierungsmaßnahmen erfolgen müssen, welche beim Betreiber nur noch Nettoauszahlungen entstehen lassen. Es stellt sich die Frage, ob für Auszahlungsüberschüsse dieselbe Logik gilt, wie wir sie in Bezug auf Einzahlungsüberschüsse in Gestalt der Gleichungen (1) und (2) vor uns haben oder ob hier andere Überlegungen angestellt werden müssen. Aus Gesprächen mit Vertretern der Praxis gewinnt man oft genug den Eindruck, dass die Meinungen hier durchaus geteilt sind. Im Folgenden sollen Prinzipien beschrieben werden, mit denen man die Frage unmissverständlich beantworten kann.

II. Wie bildet man Sicherheitsäquivalente?

Wir konzentrieren uns auf Gleichung (1) und gehen der Frage nach, wie man diese zu modifizieren hat, wenn man es anstelle von Einzahlungsüberschüssen mit Auszahlungsüberschüssen zu tun hat. Zu diesem Zweck ist es notwendig zu analysieren, wie man das Sicherheitsäquivalent von Ein- beziehungsweise Auszahlungsüberschüssen bildet. Da es sich um einen Fachterminus handelt, der in der Umgangssprache nicht gebräuchlich ist, müssen wir zunächst einige Vorbereitungen treffen.

1. Begriff des Sicherheitsäquivalents

Drukarczyk definiert ein Sicherheitsäquivalent als jenen sicheren Betrag, für den der Investor eine Verteilung von Nettoeinzahlungen abgibt, also verkauft[1]. Wir können das so definierte Sicherheitsäquivalent im Zähler von Gleichung (1) identifizieren. Richtet man den Blick auf Auszahlungen anstelle von Einzahlungen, so hilft *Drukarczyks* Begriffsfassung zunächst nicht weiter. Bei *Bamberg/Coenenberg* findet man folgende etwas weiter gefasste Definition: „Ist ein Entscheidungsträger zwischen einem sicheren Ergebnis s und einem zufallsabhängigen Ergebnis X indifferent, so bezeichnet man s als das Sicherheitsäquivalent von X."[2] Ähnliche Definitionen liest man auch in anderen Lehrbüchern zur Entscheidungstheorie[3]. Typischerweise betrachten die zitierten Autoren in ihren Beispielen allerdings trotzdem stets Einzahlungsüberschüsse. Der Grund mag darin bestehen, dass man Ansprüche auf künftige Nettoeinzahlungen an einem Kapitalmarkt leicht verkaufen kann. Soll dagegen umgekehrt jemand gefunden werden, der die Verpflichtung übernimmt, spätere Nettoauszahlungen aus seiner Tasche zu bezahlen, so wird man ihm heute dafür irgendeinen Preis zahlen müssen. Wir nehmen an, dass sich immer ein Betrag bestimmen lässt, den jemand

1. für den Verzicht auf Einzahlungsansprüche mindestens verlangen oder
2. für die Befreiung von Auszahlungsverpflichtungen höchstens bezahlen

würde, ohne eine Nutzeneinbuße zu empfinden. Einen solchen Betrag wollen wir als Sicherheitsäquivalent bezeichnen.

2. Risikoneutralität als Nullpunkt

Nachdem der Begriff des Sicherheitsäquivalents geklärt ist, wenden wir uns der Frage zu, was unter Risikoaversion zu verstehen ist. In der Literatur wird gewöhnlich zwischen drei Formen der Risikoeinstellung unterschieden, nämlich Risikoscheu (Risikoaversion), Risikoneutralität (Risikoindifferenz) und Risikofreude (Risikosympathie). Dabei markiert Risikoneutralität genau die Grenze zwischen Risikoscheu und Risikofreude und wird unter Verwendung einer Lotterie sowie ihres Sicherheitsäquivalents definiert. Nun müssen jedoch zwei Fälle unterschieden werden.

1. *Lotterie mit Einzahlungen (Gewinnlotterie):* Stellen wir uns vor, dass jemand im Besitz eines ungeöffneten Lotterieloses ist, das mit gleichen Wahrscheinlichkeiten entweder einen Gewinn von $X_1^+ = 100$ € verspricht oder mit $X_2^+ = 0$ € eine Niete ist. Der Erwartungswert der Einzahlungen beläuft sich auf $E[X^+] = 0{,}5 \cdot X_1^+ + 0{,}5 \cdot X_2^+ = 50$ €. Ist nun die betreffende Person dazu bereit, sich von dem besagten Los zu trennen, wenn man ihr dafür mindestens 50 € gibt, so nennt man sie risikoneutral. Bezeichnen wir das Sicherheitsäquivalent der Einzahlungen mit $S[X^+]$, so ist also Risikoneutralität gegeben, wenn das Sicherheitsäquivalent ebenso groß ist wie die erwarteten Einzahlungen,

$$S[X^+] = E[X^+] \Leftrightarrow \text{Risikoneutralität}.$$

Prof. Dr. Lutz Kruschwitz *ist seit 1990 Inhaber des Lehrstuhls für Bank- und Finanzwirtschaft an der Freien Universität Berlin.*

1... *Drukarczyk*, Unternehmensbewertung, 3. Aufl. 2001, S. 77.
2... *Bamberg/Coenenberg*, Betriebswirtschaftliche Entscheidungslehre, 10. Aufl. 2000, S. 89.
3... Siehe beispielsweise *Eisenführ/Weber*, Rationales Entscheiden, 3. Aufl. 1999, oder *Laux*, Entscheidungstheorie, 4. Aufl. 1998.

2. *Lotterie mit Auszahlungen (Verlustlotterie)*: Aufgrund unserer Themenstellung sehen wir uns dazu veranlasst, auch eine Lotterie zu betrachten, bei der man nichts gewinnen, wohl aber etwas verlieren kann. Stellen Sie sich etwa einen Verkehrssünder vor, der von einem etwas merkwürdigen Richter nicht zu einer festen Geldstrafe verurteilt wird, sondern sich stattdessen an einem Münzwurfspiel beteiligen muss. Wenn Kopf kommt, hat er $X_1^- = 100$ € an die Staatskasse zu entrichten; erscheint dagegen Wappen, so bleibt er von der Strafe verschont, $X_2^- = 0$ €. Die erwarteten Auszahlungen belaufen sich demnach auf $E[X^-] = 0{,}5 \cdot X_1^- + 0{,}5 \cdot X_2^- = 50$ €. Unser Verkehrssünder wird von seinem zum Zocken aufgelegten Richter gefragt, welchen Betrag er höchstens locker machen würde, um dem Münzwurfspiel zu entgehen. Antwortet er, dass er maximal 50 € bezahlen würde, wollen wir ihn analog zur obigen Vorgehensweise als risikoneutral bezeichnen. Das heißt

$$S[X^-] = E[X^-] \Leftrightarrow \text{Risikoneutralität.}$$

Risikoneutralität ist nun sozusagen bloß der Nullpunkt oder die Scheidemarke zwischen Risikoscheu und Risikofreude.

3. Risikoscheu und Risikofreude

Dieser Nullpunkt ist ebenso wie der Nullpunkt eines Thermometers bis zu einem gewissen Grad willkürlich. Indessen brauchen wir solch einen Nullpunkt, wenn wir von Risikoabneigung (Wärme) beziehungsweise Risikofreude (Kälte) sprechen wollen. In der Literatur über Entscheidungstheorie findet man nun ohne jede Schwierigkeiten Aussagen darüber, wann Risikoscheu vorliegt. So heißt es etwa bei *Bamberg/Coenenberg*: „Man bezeichnet einen Entscheidungsträger ... als risikoscheu, wenn das Sicherheitsäquivalent kleiner als der Erwartungswert ist.“[4] Wenn man das wörtlich nähme, würde es

$$\left.\begin{array}{l} S[X^+] < E[X^+] \\ S[X^-] < E[X^-] \end{array}\right\} \Leftrightarrow \text{Risikoscheu}$$

bedeuten. Es empfiehlt sich jedoch, erneut zwischen Gewinn- und Verlustlotterien zu unterscheiden. Man wird dann nämlich zu einem etwas anderen Ergebnis kommen. Zu diesem Zweck müssen wir allerdings wagen, eine risikoaverse Person ohne Rückgriff auf Sicherheitsäquivalente zu charakterisieren. Individuen, die wir risikoscheu nennen, zeichnen sich durch einen *gewissen Pessimismus* aus. Wenn sie Lotterien bewerten, lassen sie sich von den jeweils ungünstigeren Ergebnissen stärker leiten als von den günstigen.

1. *Lotterie mit Einzahlungen (Gewinnlotterie)*: Der Gewinn von $X_1^+ = 100$ € ist hier natürlich das günstige Ergebnis, während die Niete mit $X_2^+ = 0$ € das unangenehme Resultat darstellt. Jemand, der pessimistisch ist und sich von dem ungünstigen Ergebnis stärker beeindrucken lässt als von dem günstigen, wird bereit sein, das Lotterielos für einen verhältnismäßig geringen Preis zu verkaufen. Ist dieser Preis kleiner als der Erwartungswert $E[X^+]$, dann nennen wir diese Person risikoscheu. Daher haben wir tatsächlich

$$S[X^+] < E[X^+] \Leftrightarrow \text{Risikoscheu}$$

$$S[X^+] > E[X^+] \Leftrightarrow \text{Risikofreude.}$$

Das entspricht ganz und gar der Aussage, die wir in der entscheidungstheoretischen Literatur gefunden haben.

2. *Lotterie mit Auszahlungen (Verlustlotterie)*: Jetzt ist die Straffreiheit mit $X_2^- = 0$ € das günstige Ergebnis, während die Strafe von $X_1^- = 100$ € das unattraktive Resultat darstellt. Ein zum Pessimismus neigendes Individuum, das diese Strafe hinreichend heftig fürchtet, wird dazu bereit sein, einen verhältnismäßig hohen Preis zu zahlen, um dem immerhin möglichen Verlust mit Sicherheit zu entgehen. Der Preis, den diese Person zahlen würde, um sich der Teilnahme am Münzwurfspiel zu entziehen, wäre gegebenenfalls größer als der Verlusterwartungswert $E[X^-]$, und daher kommen wir konsequenterweise zu

$$S[X^-] > E[X^-] \Leftrightarrow \text{Risikoscheu}$$

$$S[X^-] < E[X^-] \Leftrightarrow \text{Risikofreude.}$$

Das entspricht nicht dem, was wir bei *Bamberg/Coenenberg* oder anderen Entscheidungstheoretikern lesen. Trotzdem befinden wir uns ganz sicher nicht im sachlichen Gegensatz zu diesen Autoren. Dort wird der Fall von Verlustlotterien nur nicht betrachtet[5].

4. Ein vorläufiges Fazit

Wir wollten die Frage beantworten, wie Sicherheitsäquivalente gebildet werden. Offensichtlich hängt die Antwort davon ab, welche Risikoeinstellung der Entscheidungsträger besitzt. *Drukarczyk* schreibt, dass Investoren in aller Regel als risikoscheu anzusehen sind[6]. Das ist empirisch wohl so gut bestätigt, dass es sich in der Finanzierungslehre mittlerweile als Standard etabliert hat.

Unsere bisherige Analyse hat ergeben, dass risikoaverse Personen bei der Bestimmung von Sicherheitsäquivalenten unterscheiden, ob sie es mit Einzahlungen oder mit Auszahlungen zu tun haben. Das Sicherheitsäquivalent künftiger Einzahlungen entsteht, indem die erwarteten Einzahlungen um einen Risikoabschlag gemindert werden. Das Sicherheitsäquivalent künftiger Auszahlungen wird hingegen gewonnen, indem die erwarteten Auszahlungen um einen Risikozuschlag erhöht werden. Die hinter dieser unterschiedlichen Behandlung von Ein- und Auszahlungen steckende Logik ist leicht zu verstehen. Wer risikoscheu ist und deswegen Vorsicht an den Tag legen möchte, neigt dazu, künftige Einzahlungen eher konservativ anzusetzen und künftige Auszahlungen etwas zu übertreiben. Verhielte er sich anders, wäre er risikofreudig.

III. Wie diskontiert man Sicherheitsäquivalente und erwartete Zahlungen?

Diese Frage scheint zumindest in ihrem ersten Teil trivial zu sein. Allerdings werden wir sehen, dass dieser Eindruck doch etwas täuscht. Anders sind gewisse Antworten, die man auf die hier gestellte Frage sowohl in der Literatur als auch in der Bewertungspraxis finden kann, kaum zu erklären.

Bisher ging es um die Bestimmung von Sicherheitsäquivalenten ohne jede zeitliche Dynamik. Wir fragten nach jenem Geldbetrag, den eine risikoscheue Person im Zeitpunkt t mindestens verlangen (höchstens anbieten) würde, um sich von einer Gewinnlotterie (Verlustlotterie) zu trennen, deren relevante Zahlungen sich *sofort* realisieren würden[7]. Um diese Zeitidentität deutlich zu machen, werden wir im Folgenden die Symbole $E_t[X_t]$ und $S_t[X_t]$ verwenden, wenn von Erwartungswerten beziehungsweise Sicherheitsäquivalenten von im Zeitpunkt t fälligen Zahlungen die Rede ist. Gelegentlich werden wir dort, wo entsprechende Präzision entbehrlich ist, auch einfach nur E_t und S_t schreiben.

1. Einperiodenfall

Der Einperiodenfall ist gegeben, wenn das zu bewertende Unternehmen ausschließlich im Zeitpunkt $t = 1$ Zahlungsüberschüsse verspricht. Zugegebenermaßen ist das alles andere als realistisch. Wir erörtern den Fall nur deswegen, weil es keinerlei Kontroverse darüber geben dürfte, wie Sicherheitsäquivalente beziehungsweise erwartete Zahlungen unter dieser Voraussetzung zu diskontieren sind. Es dürfte nämlich Einvernehmen darüber bestehen, dass sichere Zahlungen mit dem risikolosen Zins abzuzinsen sind[8]. Da das Sicherheitsäquivalent eine sichere Zahlung

4... *Bamberg/Coenenberg*, a. a. O. (Fn. 2), S. 96. Es wäre leicht, weitere Literaturstellen mit entsprechendem Inhalt zusammenzustellen.

5... Eine Ausnahme ist *Drukarczyk*, a. a. O. (Fn. 1), S. 336, der zum selben Ergebnis kommt wie wir. *Seicht* schließt sich dieser Auffassung an und muss sich von Praktikern vorwerfen lassen, dass seine Argumentation nicht nachvollziehbar sei, vgl. *Seicht*, in: Seicht, Jahrbuch für Controlling und Rechnungswesen 2001, S. 30 f.

6... *Drukarczyk*, a. a. O. (Fn. 1), S. 76 f.

7... Das betont auch *Kürsten*, Unternehmensbewertung unter Unsicherheit, oder: Theoriedefizit einer nihilistischen Kunstdiskussion über Sicherheitsäquivalent- und Risikozuschlagsmethode, erscheint in Kürze in Zfbf.

(Fußnote 8 auf Seite 2411)

darstellt (die eine risikoscheue Person für ebenso attraktiv hält wie eine Wahrscheinlichkeitsverteilung von im selben Zeitpunkt fälligen Zahlungen), beläuft sich ihr Barwert auf

$$V_0[X^+] = \frac{S[X_1^+]}{1+r_f} \tag{3}$$

$$V_0[X^-] = \frac{S[X_1^-]}{1+r_f}. \tag{4}$$

Das entspricht Gleichung (1). Die Literatur bezeichnet ein solches Konzept als Sicherheitsäquivalentmethode. Von Risikozuschlagsmethode (wir werden im Folgenden von Risikoprämienmethode sprechen) ist dann die Rede, wenn die Risikoadjustierung nicht im Zähler, sondern wie in Gleichung (1) im Nenner erfolgt. Mit p_1 als Symbol für die Risikoprämie im Einperiodenfall bedeutet das

$$V_0[X^+] = \frac{E[X_1^+]}{1+r_f+p_1^+} \tag{5}$$

$$V_0[X^-] = \frac{E[X_1^-]}{1+r_f+p_1^-}. \tag{6}$$

Es mag verwundern, dass wir die Risikoprämien mit einem Zeitindex versehen. Die Zweckmäßigkeit dieser umständlichen Schreibweise wird später klar werden.

Gehen wir davon aus, dass sowohl erwartete Zahlungen als auch Sicherheitsäquivalente gegeben sind, so existieren eindeutige Risikoprämien, die auf dieselben Barwerte führen. Um diese Prämien zu identifizieren, brauchen wir nur (3) und (5) beziehungsweise (4) und (6) gleichzusetzen und nach den Prämien aufzulösen. Das führt auf

$$p_1^+ = (1+r_f)\left(\frac{E[X_1^+]}{S[X_1^+]} - 1\right) \tag{7}$$

$$p_1^- = (1+r_f)\left(\frac{E[X_1^-]}{S[X_1^-]} - 1\right). \tag{8}$$

Unter der Voraussetzung, dass die Investoren risikoavers sind, hatten wir uns klargemacht, dass $S[X_1^+] < E[X_1^+]$ und $S[X_1^-] > E[X_1^-]$ gelten muss. Daraus folgt nun sofort, dass die Terme in den großen Klammern im ersten Fall positiv, im zweiten dagegen negativ sind. Die logische Konsequenz ist, dass wir erwartete Einzahlungsüberschüsse mit positiven Risikoprämien, erwartete Auszahlungsüberschüsse aber mit negativen Risikoprämien diskontieren müssen[9].

2. Mehrperiodenfall

Dass sichere Zahlungen – und infolgedessen auch Sicherheitsäquivalente – immer mit dem risikolosen Zins zu diskontieren sind, bleibt auch im Mehrperiodenfall richtig.

Konzentrieren wir uns zunächst auf ein Unternehmen, das ausschließlich im Zeitpunkt $t = 2$ unsichere Zahlungen verspricht, deren Erwartungswert sich auf E_2 beläuft und deren Sicherheitsäquivalent S_2 beträgt, um die verkürzte Schreibweise zu benutzen. Diskontieren wir auf den Zeitpunkt $t = 1$, gilt analog zu (3) oder (4) beziehungsweise (5) oder (6)

$$V_1 = \frac{S_2}{1+r_f} = \frac{E_2}{1+r_f+p_2} \tag{9}$$

mit

$$p_2 = (1+r_f)\left(\frac{E_2}{S_2} - 1\right).$$

Wenn nun ferner akzeptiert wird, dass sich der auf $t = 0$ bezogene Barwert von S_2 auf

$$V_0 = \frac{S_2}{(1+r_f)^2}$$

beläuft, so folgt in Verbindung mit (9) unmittelbar, dass wir für den Barwert auch

$$V_0 = \frac{V_1}{1+r_f}$$

$$= \frac{E_2}{(1+r_f+p_2)(1+r_f)}$$

schreiben dürfen. Das ist bemerkenswert, weil wir die im Zeitpunkt $t = 2$ erwarteten Zahlungsüberschüsse offenkundig eine Periode lang *mit* Risikoprämie und eine Periode lang *ohne* Risikoprämie zu diskontieren haben. Wie Gleichung (9) zeigt, lässt die Abzinsung der für den Zeitpunkt $t = 2$ erwarteten Zahlungsüberschüsse unter Einschluss der Risikoprämie ein auf den Zeitpunkt $t = 1$ abgezinstes Sicherheitsäquivalent werden, das in der zweiten Diskontierungsperiode nicht noch einmal risikoadjustiert werden darf! Deswegen muss in der zweiten Diskontierungsperiode unbedingt der risikolose Zins angewendet werden. Dasselbe Argument ist selbstverständlich auch für weitere Abzinsungsperioden richtig. Für den Barwert unsicherer Zahlungen, die im Zeitpunkt $t > 0$ fällig sind, gilt dieser Logik folgend

$$V_0 = \frac{S_t}{(1+r_f)^t} = \frac{E_t}{(1+r_f+p_t)(1+r_f)^{t-1}}$$

mit

$$p_t = (1+r_f)\left(\frac{E_t}{S_t} - 1\right). \tag{10}$$

Ein Beispiel mag unsere Überlegung veranschaulichen. Gehen wir davon aus, dass eine Person im Besitz einer Gewinnlotterie vom Typ (100 €, 0 €: 50%, 50%) ist, das im Zeitpunkt $t = 2$ geöffnet werden wird. Der Losbesitzer ist bereit, dieses Los zu verkaufen, wenn man ihm dafür in $t = 2$ einen Preis i. H. von mindestens 40 € bezahlt. Der risikolose Zinssatz beträgt 10%. Infolgedessen haben wir $E_2 = 50$ €, $S_2 = 40$ € und $p_2 = 0{,}275$. Stellt man dem Losbesitzer nun die Frage, welchen Preis er für die Hergabe des beschriebenen Loses im Zeitpunkt $t = 1$ verlangt, würde er antworten: Bei einem sicheren Zins von 10% ist es mir gleichgültig, ob ich in $t = 2$ den Preis von 40 € erhalte oder in $t = 1$

$$V_1 = \frac{40{,}00}{1+0{,}1} = \frac{50{,}00}{1+0{,}1+0{,}275} = 36{,}36 \text{ €}.$$

Und fragt man dieselbe Person nach dem Preis, den sie heute bekommen müsste, so würde sie

$$V_0 = \frac{36{,}36}{1+0{,}1} = \frac{40{,}00}{(1+0{,}1)^2} = \frac{50{,}00}{(1+0{,}1+0{,}275)\cdot(1+0{,}1)} = 33{,}06 \text{ €}$$

fordern.

In der Regel ist davon auszugehen, dass ein Unternehmen nicht nur zu einem einzigen zukünftigen Zeitpunkt Zahlungen verspricht. Vielmehr kann unterstellt werden, dass solche Zahlungen in den Zeitpunkten $t = 1, 2, ..., n$ stattfinden werden. Der Unternehmenswert einer solchen Serie von Zahlungsüberschüssen ergibt sich folgerichtig aus

$$V_0 = \sum_{t=1}^{n} \frac{S_t}{(1+r_f)^t}$$

$$= \sum_{t=1}^{n} \frac{E_t}{(1+r_f+p_t)\cdot(1+r_f)^{t-1}}. \tag{11}$$

Es sei darauf aufmerksam gemacht, dass die Risikoprämien p_t durchaus nicht im Zeitablauf konstant sein müssen. Sollte es sich bei den erwarteten Zahlungsüberschüssen teilweise um Einzahlungsüberschüsse und teilweise um Auszahlungsüberschüsse

8... Der einzige uns bekannte Autor, der in Bezug auf den Sinn einer solchen Operation Zweifel anmeldet, ist *Kürsten*, a. a. O. (Fn. 7), S. 12 f.

9... Zu diesem Ergebnis kommt auch *Seicht*, a. a. O. (Fn. 5), S. 26.

handeln, so sind gleich bleibende Risikoprämien aus logischen Gründen sogar unmöglich ($p_t^+ > 0$, $p_t^- < 0$). Dieses Resultat ist ganz unabhängig davon, ob die Ein- oder Auszahlungsüberschüsse in naher oder erst in ferner Zukunft anfallen.

3. Einmalige Risikoprämien oder zeitlich wiederkehrende Risikozuschlagssätze?

Ballwieser vertritt seit langem die Ansicht, dass die Risikoadjustierung im Nenner problematisch sei: In seiner Habilitationsschrift lesen wir: „Die Risikozuschlagsmethode läuft ... der Intuition zuwider: Will man die Zuschläge so bemessen, dass der Grenzpreis aufgrund dieses Verfahrens übereinstimmt mit dem Grenzpreis aufgrund einer Diskontierung von Sicherheitsäquivalenten, so müssen (durch das Rechenverfahren bedingt) selbst bei identischen Periodenverteilungen im Zeitablauf die Risikozuschläge . . . periodenweise sinken[10]." Diese Meinung wird in der Literatur weitgehend akzeptiert[11].

Für unser Verständnis vom vernünftigen Rechnen mit Risikoprämien ist *Ballwiesers* Behauptung allerdings unzutreffend. Unterstellen wir mit *Ballwieser* im Zeitablauf gleich bleibende Verteilungen von Einzahlungsüberschüssen, deren Erwartungswerte sich auf $E_1, E_2, ..., E_n = E$ belaufen. Auch die Sicherheitsäquivalente sollen sich nicht ändern, $S_1, S_2, ..., S_n = S$. Mit dem risikolosen Zins r_f ergibt sich der Wert des Unternehmens dann wahlweise aus

$$V_0 = \sum_{t=1}^{n} \frac{S}{(1+r_f)^t} = S \cdot \frac{(1+r_f)^n - 1}{r_f \cdot (1+r_f)^n} \qquad (12)$$

oder analog zu Gleichung (11) aus

$$V_0 = \sum_{t=1}^{n} \frac{E}{(1+r_f+p)\cdot(1+r_f)^{t-1}} = E \cdot \frac{1+r_f}{1+r_f+p} \cdot \frac{(1+r_f)^n - 1}{r_f \cdot (1+r_f)^n}.$$

Gleichsetzen beider Unternehmenswerte und Auflösen nach der Risikoprämie führt auf

$$p = (1+r_f)\left(\frac{E}{S} - 1\right). \qquad (13)$$

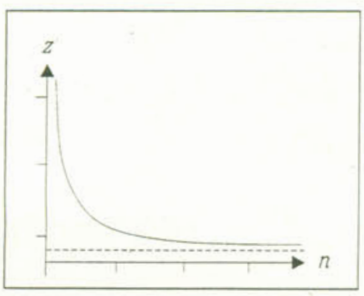
Das ist offensichtlich ganz unabhängig von der Laufzeit n und entspricht ganz und gar dem Ergebnis, das wir oben für den Einperiodenfall bekommen hatten[12].

Ballwiesers hiervon abweichendes Resultat ist tatsächlich schlicht und ergreifend dem Rechenverfahren geschuldet. Im Gegensatz zu uns nimmt man im Rahmen der sog. Risikozuschlagsmethode die Risikoadjustierung im Mehrperiodenfall sozusagen häppchenweise vor[13]. Es handelt sich um eine vollkommen mechanische Anwendung der Zinseszinsrechnung mit „Kapitalkosten" i. H. von $k = r_f + z$, ohne dass ein solches Konzept sachlich gerechtfertigt wäre[14]. Das führt mit z als Symbol für die Risikoprämie nicht auf unsere Gleichung (13), sondern auf

$$V_0 = \sum_{t=1}^{n} \frac{E}{(1+r_f+z)^t} = E \cdot \frac{(1+r_f+z)^n - 1}{(r_f+z)\cdot(1+r_f+z)^n}. \qquad (14)$$

Gleichsetzen von (12) und (14) führt in der Tat auf den von *Ballwieser* behaupteten Effekt: Die z sind um so kleiner, je größer n ist[15]. Sie nähern sich dem Grenzwert $r_f\left(\frac{E}{S}-1\right)$. Das zeigt auch Abb. 1.

Abb. 1: Risikozuschlagssatz in Abhängigkeit von der Laufzeit



Betrachten wir ein Unternehmen mit einer Lebensdauer von n = 2 Jahren und $E_1 = E_2 = E$. Der erwartete Einzahlungsüberschuss des ersten Jahres wird mit $r_f + z$ diskontiert, was

$$V_0[E_1] = \frac{E}{1+r_f+z}$$

ergibt. Das ist erstens auf $t = 0$ diskontiert und sollte wohl auch *vollständig* risikoadjustiert sein. Zinsen wir nun den erwarteten Zahlungsüberschuss des zweiten Jahres mit der sog. Risikozuschlagsmethode auf $t = 1$ ab, so haben wir

$$V_1[E_2] = \frac{E}{1+r_f+z}.$$

Da es sich hierbei um absolut dieselbe Operation handelt wie bei der Ermittlung von $V_0[E_1]$, könnte man vermuten, dass die Risikoadjustierung ebenfalls *vollständig* gelungen sei. Das ist aber nicht so, denn die Zuschlagstechnik schreibt vor, dass die Risikoprämie z zur Gewinnung des auf $t = 0$ bezogenen Barwerts noch einmal anzuwenden ist,

$$V_0[E_2] = \frac{V_1[E_2]}{1+r_f+z} = \frac{E}{(1+r_f+z)^2}.$$

Die Risikoprämie z bewirkt also in Bezug auf E_1 etwas anderes als in Bezug auf E_2. Worin der ökonomische Sinn einer solchen – je nach Zahlungszeitpunkt gegebenenfalls auch noch unterschiedlichen – häppchenweisen Risikoadjustierung liegen soll, bleibt im Dunkeln.

Dass *Ballwieser* das Verfahren nur vorgestellt hätte, um es anschließend als theoretisch mangelhaft brandmarken zu können[16], wollen und dürfen wir wohl auch getrost ausschließen[17].

IV. Ein Beispiel

Ein Zahlenbeispiel mag unsere Überlegungen und Ergebnisse abschließend veranschaulichen. Wir bewerten ein Unternehmen, das in den folgenden $n = 10$ Jahren Zahlungsüberschüsse erwarten lässt, die aus der zweiten Spalte von Tab. 1 hervorgehen. Der Bewerter rechnet mit einem risikolosen Zins von $r_f = 10\%$. Die auf die Einzahlungen bezogene Risikoprämie wird konstant mit $p^+ = 20\%$ angesetzt, die auf die Auszahlungen bezogene Prämie unveränderlich mit $p^- = -25\%$. Die Sicherheitsäquivalente ergeben sich aus den vorgegebenen Zahlen mit Rückgriff auf Gleichung (10) aus

$$S[X_t^+] = E[X_t^+] \cdot \frac{1+r_f}{1+r_f+p^+}$$

$$S[X_t^-] = E[X_t^-] \cdot \frac{1+r_f}{1+r_f+p^-}.$$

10... *Ballwieser*, Unternehmensbewertung und Komplexitätsreduktion, 3. Aufl. 1990, S. 171. Umgekehrt folgen aus gegebenen Risikozuschlagssätzen im Zeitablauf sinkende Sicherheitsäquivalente, vgl. dazu *Schwetzler*, Zfbf 2000, S. 472, m. w. N.

11... Siehe beispielsweise *Moxter*, Grundsätze ordnungsmäßiger Unternehmensbewertung, 2. Aufl. 1983.

12... Siehe oben Gleichungen (7) und (8). An unserem Resultat würde sich auch dann nichts ändern, wenn wir ewige Renten betrachten würden, wenn also n über alle Grenzen ginge.

13... Vgl. hierzu *Schwetzler*, BFuP 2000, S. 485.

14... Siehe hierzu auch die vernichtende Kritik von *Kürsten*, 2001, an dem Beitrag (nicht nur) von *Schwetzler*, Zfbf 2000 S. 469. Nach IDW S1 besitzt das Verfahren angeblich den Vorteil, dass es sich auf empirisch beobachtbares Verhalten stützt und bei der Bemessung der Risikozuschläge marktorientiert vorgegangen werden kann. Vgl. Institut der Wirtschaftsprüfer in Deutschland, WPg. 2000 S. 833 und Institut der Wirtschaftsprüfer in Deutschland, Handbuch für Rechnungslegung, Prüfung und Beratung, Band II, Teil A, Rdn. 182.

15... Es entsteht eine Funktion, die sich für $n > 2$ nicht explizit nach z auflösen lässt. z kann daher im Allgemeinen nur mit Iterationsverfahren berechnet werden.

16... *Ballwieser*, a. a. O. (Fn. 10), S. 171.

17... Siehe hierzu auch Fn. 14.

So entstehen beispielsweise

$$S[X_2^-]=-50\cdot\frac{1+0{,}1}{1+0{,}1-0{,}25}=-64{,}71$$

$$S[X_6^+]=800\cdot\frac{1+0{,}1}{1+0{,}1+0{,}2}=676{,}92.$$

Tab. 1 weist für alle n = 10 Jahre die auf entsprechende Weise ermittelten Sicherheitsäquivalente in Spalte 3 aus. Spalte 4 enthält die Diskontierungsfaktoren, welche sich aus dem risikolosen Zins ergeben. Spalte 5 weist die abgezinsten Sicherheitsäquivalente aus. Deren Summe i. H. von 988,45 € stellt den Wert des Unternehmens dar.

Tab. 1: Unternehmensbewertung mit Sicherheitsäquivalentmethode

t	$E[X_t]$	$S[X_t]$	$\frac{1}{(1+r_f)^t}$	$\frac{S[X_t]}{(1+r_f)^t}$
1	- 100.00	- 129.41	0.9091	- 117.65
2	- 50.00	- 64.71	0.8264	- 53.48
3	200.00	169.23	0.7513	127.15
4	400.00	338.46	0.6830	231.17
5	600.00	507.69	0.6209	315.24
6	800.00	676.92	0.5645	382.11
7	1000.00	846.15	0.5132	434.21
8	- 200.00	- 258.82	0.4665	- 120.74
9	- 200.00	- 258.82	0.4241	- 109.77
10	- 200.00	- 258.82	0.3855	- 99.79
				988.45

Tab. 2 enthält dieselben Ausgangszahlen wie Tab. 1, zeigt aber die Ermittlung des Unternehmenswerts mit Hilfe der Risikoprämienmethode. In Spalte 3 befinden sich die um eine Periode diskontierten Sicherheitsäquivalente,

Tab. 2: Unternehmensbewertung mit Risikoprämienmethode

t	$E[X_t]$	$\frac{E[X_t]}{1+r_f+p}$	$\frac{1}{(1+r_f)^{t-1}}$	$\frac{E[X_t]}{(1+r_f+p)(1+r_f)^{t-1}}$
1	- 100.00	- 117.65	1.0000	- 117.85
2	- 50.00	- 58.82	0.9091	- 53.48
3	200.00	153.85	0.8264	127.15
4	400.00	307.69	0.7513	231.17
5	600.00	461.54	0.6830	315.24
6	800.00	615.38	0.6209	382.11
7	1000.00	769.23	0.5645	434.21
8	- 200.00	- 235.29	0.5132	- 120.74
9	- 200.00	- 235.29	0.4665	- 109.77
10	- 200.00	- 235.29	0.4241	- 99.79
				988.45

$$\frac{E[X_t]}{1+r_f+p} \text{ mit } p=\begin{cases} p^+, \text{ wenn } E[X_t]>0 \\ p^-, \text{ wenn } E[X_t]\le 0 \end{cases},$$

in Spalte 4 die um eine Periode verschobenen Diskontierungsfaktoren. Spalte 5 enthält die Produkte aus den beiden zuletzt beschriebenen Zahlen. Der Vergleich mit Tab. 1 macht klar, dass es sich auch hier wieder um die mit dem risikolosen Zins diskontierten Sicherheitsäquivalente handelt. Sicherheitsäquivalentmethode und Risikoprämienverfahren unterscheiden sich also nur um Details im Rechenablauf. Sie sind der Sache nach absolut gleichwertig.

Auch Tab. 3 enthält dieselben Ausgangszahlen wie Tab. 1. Sie zeigt die Ermittlung des Unternehmenswerts mit Hilfe der sog. Risikozuschlagsmethode, die wir aus den zuvor erläuterten Gründen für ökonomisch abwegig halten. Bei Anwendung dieses Verfahrens ergibt sich der Unternehmenswert grundsätzlich aus

$$V_0=\sum_{t=1}^{n}\frac{E[X_t]}{(1+k)^t} \text{ mit } k=\begin{cases} r_f+z, \text{ wenn } E[X_t]>0 \\ r_f-z, \text{ wenn } E[X_t]\le 0 \end{cases}.$$

Einzahlungsüberschüsse sind mit einem positiven, Auszahlungsüberschüsse mit einem negativen Zuschlagssatz auf den risikolosen Zins zu diskontieren. Es lässt sich zeigen, dass eine Risikoprämie i. H. von z = 3,6516% zu verwenden

Tab. 3: Unternehmensbewertung mit Risikozuschlagsmethode (mit $k = r_f + z$ im Fall von Einzahlungen mit $k = r_f - z$ im Fall von Auszahlungen)

t	$E[X_t]$	$\frac{1}{(1+k)^t}$	$\frac{E[X_t]}{(1+k)^t}$
1	- 100.00	0.9403	- 94.03
2	- 50.00	0.8842	- 44.21
3	200.00	0.6812	136.24
4	400.00	0.5994	239.75
5	600.00	0.5274	316.43
6	800.00	0.4640	371.22
7	1000.00	0.4083	408.29
8	- 200.00	0.6112	- 122.23
9	- 200.00	0.5747	- 114.93
10	- 200.00	0.5404	- 108.07
			988.45

ist, wenn man auf denselben Unternehmenswert kommen will wie mit den beiden vorher beschriebenen Verfahren. Eine überzeugende inhaltliche Interpretation der Zahl z ist nach unserer Ansicht unmöglich. Wendet man seine Aufmerksamkeit der letzten Spalte von Tab. 3 zu und vergleicht diese mit den jeweils letzten Spalten der Tab. 1 oder 2, so wird deutlich, dass diese sich in der Tat nicht als abgezinste Sicherheitsäquivalente auffassen lassen, und zwar selbst dann nicht, wenn der gewählte Zuschlagssatz so gewählt wird, dass derselbe Unternehmenswert entsteht.

V. Zusammenfassung

Die Ergebnisse unserer Überlegungen lassen sich wie folgt zusammenfassen:

1. Aus der Sicht risikoscheuer Kapitalanleger ist das Sicherheitsäquivalent unsicherer Einzahlungen kleiner als ihr Erwartungswert, das Sicherheitsäquivalent unsicherer Auszahlungen dagegen größer als ihr Erwartungswert. Im ersten Fall ist also ein Risikoabschlag vorzunehmen, im zweiten ein Risikozuschlag.

Erfolgt die Risikoadjustierung nicht im Zähler, sondern im Nenner der Bewertungsgleichungen, so führen Risikoadjustierungen in Bezug auf Einzahlungsüberschüsse zu positiven Risikoprämien, während Risikoadjustierungen in Bezug auf Auszahlungsüberschüsse negative Risikoprämien nach sich ziehen.

2. All das ist völlig unabhängig davon, ob es sich um gegenwärtige oder zukünftige Zahlungen handelt. Auch ist gleichgültig, ob die Zahlungen in naher oder in ferner Zukunft anfallen und ob man die Prognose der Zahlungen nach der Einphasentechnik oder nach der Mehrphasentechnik vornimmt.

3. Sicherheitsäquivalente sind stets mit dem risikolosen Zins zu diskontieren. Erfolgt die Risikoadjustierung mit Hilfe einer Risikoprämie, so empfiehlt es sich, diese so zu fassen, dass die Adjustierung im Rahmen genau einer Zeitperiode (eines Jahres) erfolgt. Diese Vorgehensweise sorgt notwendigerweise dafür, dass Sicherheitsäquivalentmethode und Risikoprämienverfahren vollkommen gleichwertig sind.

4. Die wiederholte Risikoadjustierung mehrperiodiger unsicherer Zahlungen durch gedankenlose Anwendung der Zinseszinsrechnung (Risikozuschlagsmethode) lässt sich sachlich nicht rechtfertigen.