Fach:	Banken und Finanzierung
Prüfer:	Prof. Dr. Dr. A. Löffler
Veranstaltung:	Entscheidungstheorie (SBWL) SS08
CP anrechnen lassen für: ggfls. streichen und dann bitte Veranstaltung und Prüfungsnummer angeben	Entscheidungstheorie (SBWL) SS08

Name	
Vorname	
Matrikelnummer Wenn nicht WISO bitte Studiengang	
Punkte	
Note	

Beachten Sie bitte folgende Hinweise:

1. Schreiben Sie bitte Ihre Lösung in die vorgegebenen Leerzeilen des Aufgabenblattes sowie, sollte der Platz nicht ausreichen, auf die leeren Rückseiten.
2. Rechnen Sie auf mindestens fünf genaue Ziffern (das sind nicht notwendigerweise fünf Nachkommastellen) im Endergebnis.[1]
3. Eine Aufgabe wird nur dann gewertet, wenn der Lösungsweg klar zu erkennen ist.
4. Klausuren, die unleserlich sind, werden nicht bewertet. Das gleiche gilt, wenn Sie mit Bleistift schreiben.
5. Nur nicht–programmierbare Taschenrechner sowie ein Wörterbuch ohne handschriftliche Einträge sind zugelassen.
6. Diese Klausur enthält ohne Deckblatt **10** Seiten (davon 2 Schmierblätter am Ende).

Und nun **viel Erfolg** …

[1] Ist das exakte Ergebnis beispielsweise 113.941,7234, dann bedeutet eine Genauigkeit auf fünf Ziffern 113.940.

Aufgabe 1 (14 Punkte)

Betrachten Sie die Güterbündel X und Y, die jeweils zwei Güter (Äpfel und Birnen) enthalten.

$$X = \begin{pmatrix} X_0 \\ X_1 \end{pmatrix}, \qquad Y = \begin{pmatrix} Y_0 \\ Y_1 \end{pmatrix}.$$

X_0 und Y_0 geben die Anzahl der Äpfel und X_1 und Y_1 die Anzahl der Birnen in den entsprechenden Bündeln an. Nehmen Sie an, dass Ihre Präferenzrelation der lexikographischen Ordnung entspricht (Äpfel sind grundsätzlich besser als Birnen. Und es gilt für beide Güter: je mehr desto besser).

a1) Unterstellen Sie, dass die Gütermengen beliebige reelle Zahlen sind. Formulieren Sie Ihre Präferenzrelation formal. (3 Punkte)

a2) Prüfen Sie, ob die Präferenzrelation die Axiome der Vergleichbarkeit, Transitivität und Stetigkeit erfüllt. Sie dürfen dabei keine graphische Lösung heranziehen. (8 Punkte)

Für den Fall, dass Sie die Aufgabe a1) und b) nicht lösen können, betrachten Sie folgende Präferenzrelation

$$X \succeq Y :\iff (X_0 \geq Y_0 \text{ } oder \text{ } X_1 \geq Y_1).$$

Prüfen Sie die Gültigkeit der Vergleichbarkeit und Transitivität und zeichnen Sie die Bessermenge.

b) Bisher sind die Gütermengen beliebige reelle Zahlen gewesen. Jetzt sollen sie ausschließlich natürliche Zahlen sein: $X_0, X_1, Y_0, Y_1 \in \mathbf{N}$.

Geben Sie jetzt eine Nutzenfunktion für diese Präferenzrelation an. (3 Punkte)

Aufgabe 2 (16 Punkte)

Betrachten Sie zwei Wertpapiere mit identischen Preisen, welche folgende (unsichere) Zahlungen generieren:

$$X = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \qquad Y = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Das Wertpapier X zahlt also im ersten Zustand 1, im zweiten Zustand 2, im dritten Zustand 3 und das Wertpapier Y im ersten Zustand 2, im zweiten 4.... Die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten des ersten Zustandes sei $\frac{1}{2}$.

a) Erläutern Sie kurz die Bedeutung der Begriffe *First-order Stochastic Dominance* und *Second-order Stochastic Dominance*. (3 Punkte)

b) Ermitteln Sie das Intervall für die Wahrscheinlichkeit des zweiten Zustandes, bei dem $Y_{FSD} \succeq X$ gilt. (6 Punkte)

c) Ermitteln Sie das Intervall für die Wahrscheinlichkeit des zweiten Zustandes, bei dem $Y_{SSD} \succeq X$ gilt. (7 Punkte)

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Ein Investor, dessen Arrow-Pratt-Maß (absolute Risikoaversion) konstant gleich 0,2 ist, könnte eine Investition durchführen, die zu einem Endvermögen in Höhe von X Geldeinheiten führt. Bezüglich X sind folgende Momente bekannt: $\mathrm{E}[X] = 25$ und $\mathrm{E}[X^2] = 650$. Bestimmen Sie den (approximierten) erwarteten Nutzen $\mathrm{E}[U(X)]$, wenn die Nutzenfunktion des Investors folgende Eigenschaft hat: $U(0) = 0$ und $U'(0) = 0,2$.

Hinweis: Berechnen Sie die Markowitz-Prämie mit der Approximationsformel.

Aufgabe 4 (20 Punkte)

Es gibt nur ein risikoloses Asset (Y^1) mit dem Erwartungswert 1,05 und dem Preis 1, sowie zwei riskante Titel (Y^2, Y^3) mit folgenden Erwartungswerten, Preisen und Kovarianzmatrix

$$E[Y^2] = 10, \quad E[Y^3] = 8, \quad p(Y^2) = 2,5, \quad p(Y^3) = 1,5$$
$$\text{Cov} = \begin{pmatrix} \text{Var}[Y^2] = 4 & \text{Cov}[Y^2, Y^3] = 1,2 \\ \text{Cov}[Y^2, Y^3] = 1,2 & \text{Var}[Y^3] = 7 \end{pmatrix}.$$

a) Wie sieht das optimale Portfolio eines Investors aus, der die Nutzenfunktion $E[X] - \frac{1}{2}\text{Var}[X]$ und ein Vermögen von 100 besitzt? (8 Punkte)

b) Wie sieht das optimale Portfolio eines (anderen) Investors aus, der die Nutzenfunktion $\mathrm{E}[X] - \mathrm{Var}[X]$ und ein Vermögen von 80 besitzt? (8 Punkte)

c) Setzen Sie für jeden Investor die optimalen Mengen beider riskanten Wertpapiere ins Verhältnis. Erläutern Sie den sichtbaren Zusammenhang. (4 Punkte)

Schmierblatt Nr. 1

Schmierblatt Nr. 2