

Zwischenklausur

Fach: Finanzierung und Investition

Prüfer: Prof. Dr. Dr. A. Löffler

Veranstaltung: W2263 Entscheidungstheorie Endklausur

Name	
Vorname	
Matrikelnummer	
<i>Punkte</i>	

Beachten Sie bitte folgende Hinweise:

1. Schreiben Sie bitte Ihre Lösung in die vorgegebenen Leerzeilen des Aufgabenblattes sowie, sollte der Platz nicht ausreichen, auf die leeren Rückseiten.
2. Rechnen Sie auf mindestens fünf genaue Ziffern (das sind nicht notwendigerweise fünf Nachkommastellen) im Endergebnis.¹
3. Eine Aufgabe wird nur dann gewertet, wenn der Lösungsweg klar zu erkennen ist.
4. Klausuren, die unleserlich sind, werden nicht bewertet. Das gleiche gilt, wenn Sie mit Bleistift schreiben.
5. Nur nicht-programmierbare Taschenrechner sowie ein Wörterbuch ohne handschriftliche Einträge sind zugelassen.
6. Diese Klausur enthält inklusive dieses Deckblatts **10** Seiten.

Und nun **viel Erfolg** . . .

¹Ist das exakte Ergebnis beispielsweise 113.941,7234, dann bedeutet eine Genauigkeit auf fünf Ziffern 113.940.

Aufgabe 1 (3 Punkte)

Ein Entscheidungsträger besitzt eine Erwartungsnutzenfunktion. Wie verändert er die Menge und den Anteil riskanter Titel im einfachen Portfolioprobem, wenn sein Vermögen x **sinkt**?
Hinweis: Bitte tragen Sie in die folgende Tabelle lediglich die Wörter "steigt", "fällt", "keine Änderung" oder "nicht eindeutig" ein.

	ARA fällt ($ARA'(x) < 0$)	RRA fällt ($RRA'(x) < 0$)
Menge riskanter Titel		
Anteil riskanter Titel		

Aufgabe 2 (2 Punkte)

Ein Entscheidungsträger besitzt eine Mu-Sigma-Nutzenfunktion. Notieren Sie kurz, wie sich die Zusammensetzung seines riskanten Portfolios ändert, wenn sein Vermögen **steigt**.

Aufgabe 3 (2 Punkte)

Nennen Sie eine beliebige Erwartungsnutzenfunktion der CARA- und der CRRA-Klasse.

CARA: $u(x) =$

CRRA: $u(x) =$

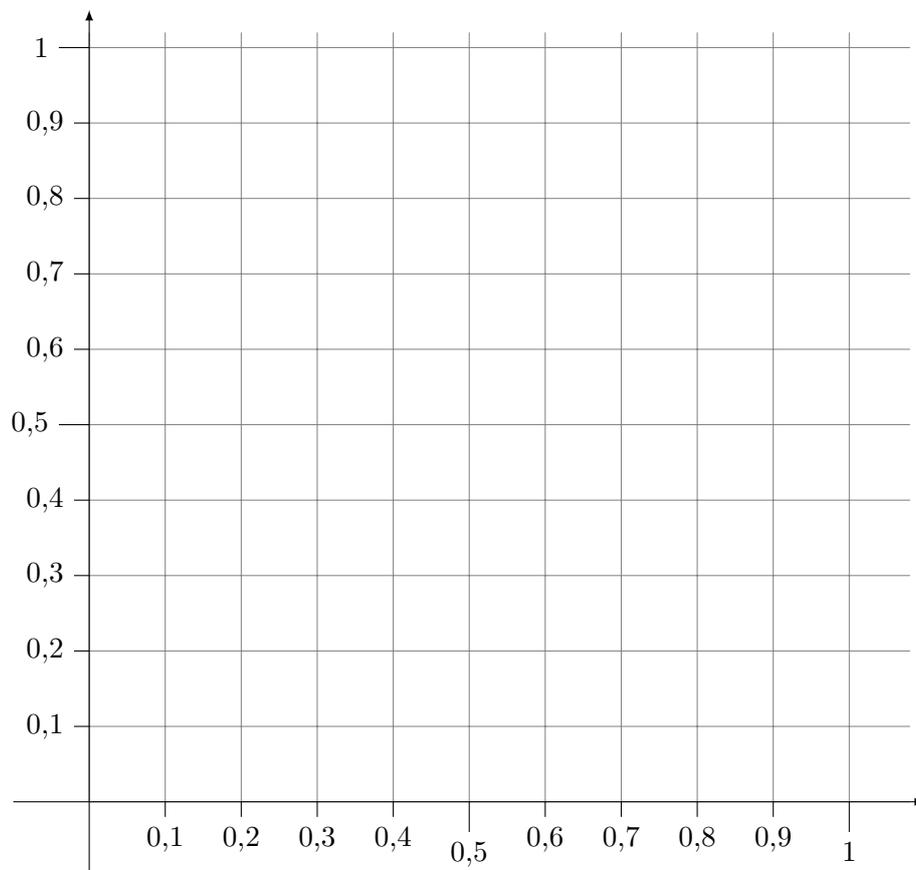
Aufgabe 4 (14 Punkte)

Zwei Wertpapiere X und Y zahlen in $t=1$ jeweils einen zufälligen Betrag t zwischen null und eins. Dieser jeweilige Rückfluss besitzt die folgende Verteilungsfunktion:

$$\text{Wertpapier X: } F_X(t) = \begin{cases} 0 & \text{für } t < 0 \\ \frac{1}{2} & \text{für } 0 \leq t \leq 1 \\ 1 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\text{Wertpapier Y: } F_Y(t) = \begin{cases} 0 & \text{für } t < 0 \\ 4\left(t - \frac{1}{2}\right)^3 + \frac{1}{2} & \text{für } 0 \leq t \leq 1 \\ 1 & \text{sonst.} \end{cases}$$

- a) Skizzieren Sie die beiden Verteilungsfunktionen im folgenden Koordinatensystem und beschriften Sie die Achsen (4 Punkte).



b) Nennen Sie die allgemeinen Bedingungen für ein Vorliegen stochastischer Dominanz erster Ordnung (FSD) und zweiter Ordnung (SSD) (*3 Punkte*).

c) Prüfen und begründen Sie, ob im Fall der gegebenen Wertpapiere FSD und/oder SSD vorliegt. *Hinweis: Ihre Prüfung zur FSD muss nicht rechnerisch erfolgen, sondern kann allein auf Ihrer Zeichnung aus Aufgabenteil a) beruhen (7 Punkte).*

Aufgabe 5 (9 Punkte)

Einem Investor mit der Erwartungsnutzenfunktion $u(x) = -\sqrt{e^{-3x}}$ wird ein Wertpapier mit einer unsicheren Auszahlung $x > 0$ zum Kauf angeboten. Diese Zahlung besitzt den Erwartungswert $E(x)=10$ und die Varianz $\text{Var}(x)=1,5$.

- a) Geben Sie die Näherungsformel zur Berechnung der Markowitz-Prämie an und nutzen Sie diese zur Berechnung der konkreten Markowitzprämie des Investors für das Wertpapier (5 Punkte).

- b) Welchen Preis ist der Investor maximal bereit, für das Wertpapier zu zahlen, wenn die unsichere Auszahlung x unmittelbar nach dem Kauf erfolgt (keine Verzinsung)? *Hinweis: Nutzen Sie zur Berechnung des Preises Ihr Ergebnis aus der ersten Teilaufgabe. Wenn Sie diese nicht lösen konnten, wählen Sie einen willkürlichen Wert (4 Punkte).*

Aufgabe 6 (15 Punkte)

Ein Investor mit der Nutzenfunktion $U(x) = E(x) - \text{Var}(x)$ und dem Budget $p(X)=10$ stellt in $t = 0$ sein Portfolio aus einem risikolosen Wertpapier Y^1 und zwei riskanten Wertpapieren Y^2, Y^3 mit den möglichen Rückflüssen

$$Y^2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad Y^3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

zusammen. Die drei Zustände in $t = 1$ besitzen jeweils die gleiche Eintrittswahrscheinlichkeit. Die Rendite des sicheren Wertpapiers liegt stets bei $r(Y^1) = 0$. Der Preis des zweiten Basistitels beträgt $p(Y^2) = 1$, der Preis des dritten Wertpapiers $p(Y^3) = p$.

- a)** Berechnen Sie die Erwartungswerte, Varianzen und Kovarianzen der Rückflüsse der Basistitel. Stellen Sie anschließend das Entscheidungsproblem des Investors (Nutzenmaximierung unter einer Nebenbedingung) dar (*7,5 Punkte*).

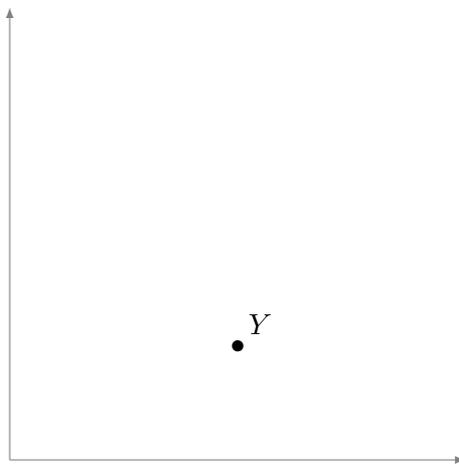
- b)** Berechnen Sie die Wertpapiermengen x_1, x_2, x_3 des nutzenmaximierenden Portfolios in Abhängigkeit vom Preis p des dritten Wertpapiers (*7,5 Punkte*).

Aufgabe 7 (15 Punkte)

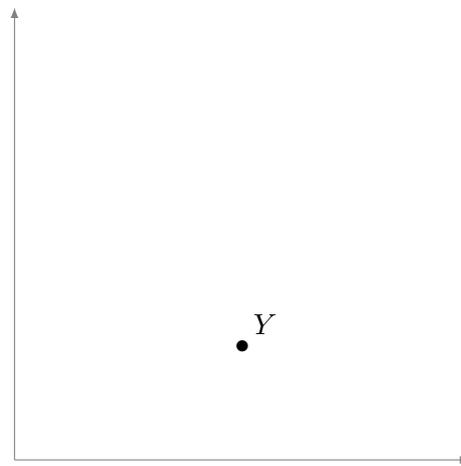
Betrachten Sie Bündel aus jeweils zwei Gütern $X = (X_0, X_1)$, wobei einschränkend $X_0, X_1 \geq 0$ gilt, und folgende Präferenzrelation

$$X \succeq Y \quad : \iff \quad X_0 \geq \min(Y_0, Y_1).$$

a) Skizzieren Sie (a) die Bessermenge und (b) die Schlechtermenge zum Güterbündel $Y=(2,1)$ im jeweiligen unteren Koordinatensystem und beschriften Sie die Achsen. *Hinweis: Nutzen Sie ggf. den Raum unter den Koordinatensystemen für erste Versuche (5 Punkte).*



(a) Bessermenge



(b) Schlechtermenge

b) Erklären Sie die Bedingungen der Vergleichbarkeit und der Transitivität in jeweils einem Satz. Prüfen und begründen Sie anschließend, ob diese Bedingungen bei der gegebenen Präferenzrelation erfüllt sind (*10 Punkte*).

Vergleichbarkeit:

Transitivität:

Schmierzettel