Fach: Finanzierung und Investition

Prüfer: Prof. Dr. Dr. A. Löffler

Veranstaltung: W2263 Entscheidungstheorie

Name	
Vorname	
Matrikelnummer	
Punkte	

Beachten Sie bitte folgende Hinweise:

1. Schreiben Sie bitte Ihre Lösung in die vorgegebenen Leerzeilen des Aufgabenblattes sowie, sollte der Platz nicht ausreichen, auf die leeren Rückseiten.
2. Rechnen Sie auf mindestens fünf genaue Ziffern (das sind nicht notwendigerweise fünf Nachkommastellen) im Endergebnis.[1]
3. Eine Aufgabe wird nur dann gewertet, wenn der Lösungsweg klar zu erkennen ist.
4. Klausuren, die unleserlich sind, werden nicht bewertet. Das gleiche gilt, wenn Sie mit Bleistift schreiben.
5. Nur nicht–programmierbare Taschenrechner sowie ein Wörterbuch ohne handschriftliche Einträge sind zugelassen.
6. Diese Klausur enthält inklusive dieses Deckblatts **11** Seiten.

Und nun **viel Erfolg ...**

[1] Ist das exakte Ergebnis beispielsweise 113.941,7234, dann bedeutet eine Genauigkeit auf fünf Ziffern 113.940.

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Während der letzten Klausuren des Semesters überlegen Sie sich, welchen der folgenden Jobs Sie zum Ende des Monats ausführen möchten, um sich einen Kurzurlaub zu finanzieren.

i) Sie arbeiten als Aushilfe in einem Steuerbüro für 325 Euro.

ii) Sie arbeiten für einen Versicherungsagenten, der Sie erfolgsabhängig entlohnt. Sie erhalten eine Provision x, die von der Anzahl neu abgeschlossener Verträge abhängt. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Provision ist in der folgenden Tabelle angegeben.

Provision x	Wahrscheinlichkeit
100	0,25
300	0,50
600	0,25

a) Ihre Präferenzen werden durch die Erwartungsnutzenfunktion $u(x) = -e^{-\left(\frac{x}{1.000}\right)}$ beschrieben. Welchen Job werden Sie annehmen? *(5 Punkte)*

b) Wie hoch müsste ceteris paribus die niedrigste mögliche Provision x (statt dem Betrag von 100) sein, damit Sie indifferent zwischen den beiden Jobs sind? *(5 Punkte)*

Aufgabe 2 (13 Punkte)

a) Frau A entscheidet stets nach ihrer Erwartungsnutzenfunktion $u(x) = ln(x + 1)$. Sie besitzt einen Ford Mondeo im Wert von 9.999 Euro. Die Wahrscheinlichkeit für einen selbstverschuldeten Totalschaden ihres Autos beträgt 2%. Welchen Betrag würde Frau A maximal für eine Vollkaskoversicherung zahlen, die sie gegen diesen Fall absichert *(4 Punkte)*?[2]

b) Wie hoch ist die Markowitzprämie der Vollkaskoversicherung für Frau A *(4 Punkte)*?

[2] Gehen Sie davon aus, dass nur zwei mögliche Zustände existieren: kein Schaden oder ein selbstverschuldeter Totalschaden. Die Vollkaskoversicherung ersetzt im selbstverschuldeten Schadensfalle lediglich den Wert des eigenen Automobils, alle weiteren Schäden ersetzt die obligatorische Haftpflichtversicherung.

c) Frau B besitzt einen VW Passat im Wert von 25.000 Euro. Sie wäre maximal bereit, 700 Euro für eine Vollkaskoversicherung zu bezahlen. Die entsprechende Markowitzprämie beträgt 450 Euro. Wie hoch ist ihre Wahrscheinlichkeit für einen selbstverschuldeten Totalschaden *(5 Punkte)*?

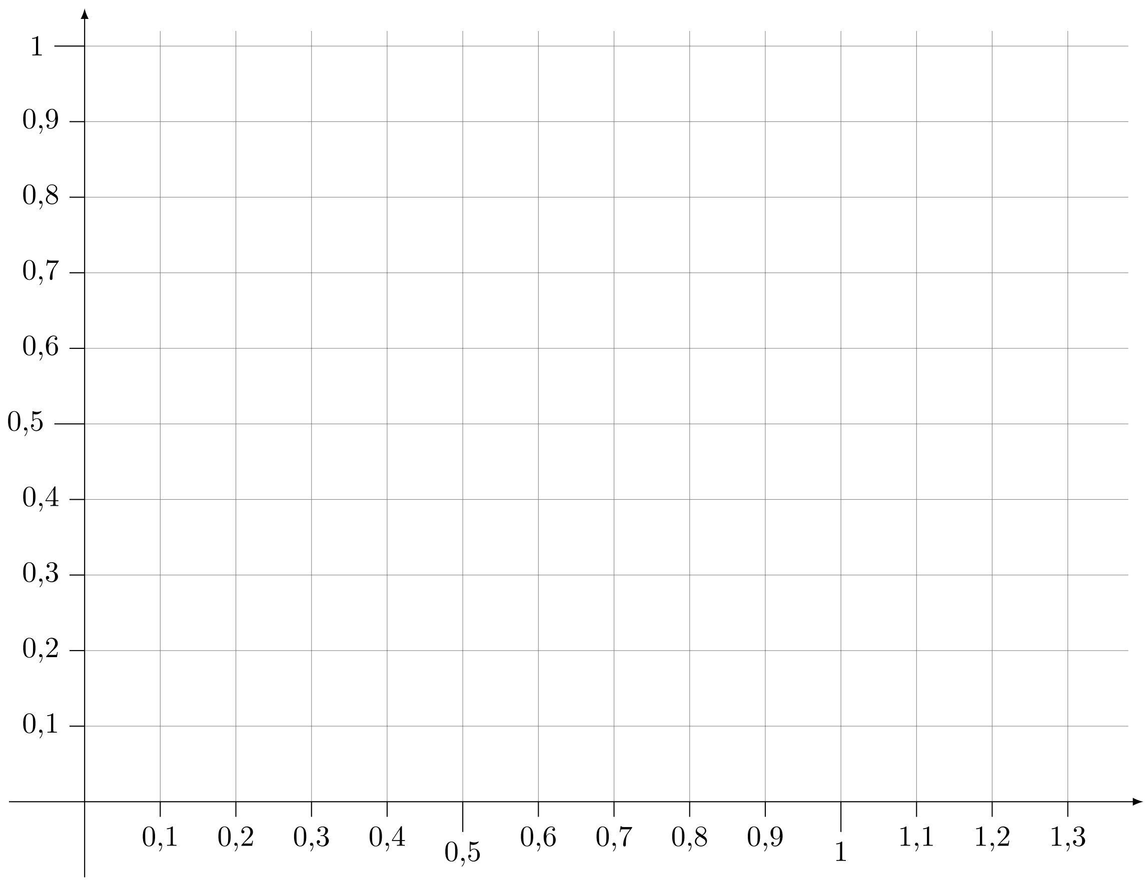
Aufgabe 3 (15 Punkte)

Zwei Wertpapiere X und Y zahlen in t=1 jeweils einen zufälligen Betrag $t \geq 0,5$. Dieser jeweilige Rückfluss besitzt die folgende Verteilungsfunktion:

$$\text{Wertpapier X:} \qquad F_X(t) = \begin{cases} 0 & \text{für } t < \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \text{für } \frac{1}{2} \leq t \leq \frac{5}{4} \\ 1 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\text{Wertpapier Y:} \qquad F_Y(t) = \begin{cases} 0 & \text{für } t < \frac{1}{2} \\ 32(t - \frac{3}{4})^3 + \frac{1}{2} & \text{für } \frac{1}{2} \leq t \leq 1 \\ 1 & \text{sonst.} \end{cases}$$

a) Skizzieren Sie die beiden Verteilungsfunktionen im folgenden Koordinatensystem und beschriften Sie die Achsen. *Hinweis: Zur Ermittlung von Funktionswerten eignet sich Ihr Taschenrechner (5 Punkte).*



b) Nennen Sie die allgemeinen Bedingungen für ein Vorliegen stochastischer Dominanz erster Ordnung (FSD) und zweiter Ordnung (SSD) *(2 Punkte)*.

c) Prüfen und begründen Sie, ob im Fall der gegebenen Wertpapiere FSD und/oder SSD vorliegt. *Hinweis: Ihre Prüfung zur FSD muss nicht rechnerisch erfolgen, sondern kann allein auf Ihrer Zeichnung aus Aufgabenteil a) beruhen (8 Punkte).*

Aufgabe 4 (7 Punkte)

Auf einem vollkommenen Kapitalmarkt werden drei riskante Wertpapiere Y^2, Y^3 und Y^4 gehandelt. Die Kovarianzmatrix der Titel lautet

$$Cov = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{2}{3} & \frac{1}{2} \\ \frac{2}{3} & \frac{8}{3} & 1 \\ \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Ermitteln Sie, mit welchen Wertpapiermengen x_3 und x_4 der redundante Titel Y^2 aus den Wertpapieren Y^3 und Y^4 nachgebaut werden kann.

Aufgabe 5 (15 Punkte)

Ein Investor mit der Nutzenfunktion $U(x) = E(x) - \frac{3}{8} \cdot Var(x)$ und dem Budget p(X)=100 stellt in $t = 0$ sein Portfolio aus einem risikolosen Wertpapier Y^1 und zwei riskanten Wertpapieren Y^2, Y^3 mit den möglichen Rückflüssen

$$Y^2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad Y^3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

zusammen. Die drei Zustände in $t = 1$ besitzen jeweils die gleiche Eintrittswahrscheinlichkeit. Die Rendite des sicheren Wertpapiers liegt stets bei $r(Y^1) = 0$. Der Preis des zweiten Basistitels beträgt $p(Y^2) = p$, der Preis des dritten Wertpapiers $p(Y^3) = 1$.

a) Berechnen Sie die Erwartungswerte, Varianzen und Kovarianzen der Rückflüsse der Basistitel. Stellen Sie anschließend das Entscheidungsproblem des Investors (Nutzenmaximierung unter einer Nebenbedingung) dar *(7,5 Punkte)*.

b) Berechnen Sie die Wertpapiermengen x_1, x_2, x_3 des nutzenmaximierenden Portfolios in Abhängigkeit vom Preis p des zweiten Wertpapiers *(7,5 Punkte)*.

Schmierzettel