Aufgaben und Lösungen zu Kapitel 7

1. Gegeben ist ein Distributionssystem mit m Lagern. Von diesen Lagern werden n Bedarfsregionen beliefert. Es soll entschieden werden, ob es kostensparender wäre, einige Lager zu schließen. Dazu wird für einen festen Planungshorizont folgendes Modell betrachtet:

   x_{ij} bezeichnet die Menge, die von Lager i an Kunde j geliefert werden soll [ME]
   y_i ist 1, wenn Lager i geschlossen werden soll, 0 sonst
   f_i sind die Fixkosten von Lager i im Planungshorizont [GE]
   c_{ij} sind die Einheitstransportkosten [GE/ME]

$$\text{Min} \sum_i \sum_j c_{ij} x_{ij} + \sum_i f_i$$
$$\sum_j x_{ij} \le a_i, \quad i = 1,..,m$$
$$\sum_i x_{ij} \ge b_j, \quad j = 1,..,n$$

   Modifizieren Sie dieses Modell entsprechend, indem Sie die Entscheidungsvariablen in das gegebene Modell einfügen!

2. Zusätzlich zu 1. gilt: Wenn Lager i geschlossen wird, dann muss Lager j geöffnet bleiben, d.h. $y_i=1 \Rightarrow y_j= 0$. Weiterhin kann ein bestehendes Lager i in der Kapazität um c_i ME zu Fixkosten K_i erweitert werden

Lösung der Aufgaben 1 und 2 in Kapitel 7

x_{ij} bezeichnet die **Menge, die von Lager i an Kunde j geliefert werden soll [ME]**
y_i ist 1, wenn Lager i geschlossen werden soll, 0 sonst
f_i sind die Fixkosten von Lager i im Planungshorizont [GE]
c_{ij} sind die Einheitstransportkosten [GE/ME]

$$\textbf{Min} \sum_i \sum_j c_{ij} x_{ij} + \sum_i (1 - y_i) f_i$$
$$\sum_j x_{ij} \le (1 - y_i) a_i, \quad i = 1,..,m$$
$$\sum_i x_{ij} \ge b_j, \quad j = 1,..,n$$

Wenn Lager i geschlossen wird, dann muss Lager j geöffnet bleiben, d.h. $y_i=1 \Rightarrow y_j= 0$

Lösung: $y_j \le (1-y_i)$ oder $y_j + y_i \le 1$

Lager i darf dann und nur dann geschlossen werden, wenn auch Lager j geschlossen wird! Lösung: $y_j = y_i$, d.h. $y_j - y_i = 0$

Ein bestehendes Lager i kann in der Kapazität um c_i ME zu Fixkosten K_j erweitert werden: $z_i = 1$, wenn die Kap. erhöht wird; RHS: $(1-y_i)\, a_i + z_i c_i$, $z_i \le (1- y_i)$

Zusätzlicher Zielfunktionsterm: $+ K_i z_i$

Aufgabe 3

3. **Das bereits mehrfach benutzte Standortplanungsproblem für Lager setzte einen einperiodischen Planungshorizont voraus. Durch die Osterweiterung ergeben sich aber auch dynamisch ändernde Absatzmärkte. Dies kann dazu führen dass sich eine Standortentscheidung (mit hohen Fixkosten und Risiken) erst in späteren Perioden getroffen werden sollte. Wir betrachten t=1,..,r Perioden, die ggf. in späteren Perioden auch länger sein können. Es soll entschieden werden an welchen Standorten und in welcher Periode Lager gebaut werden sollen. Lagerhaltung wird auf Grund der Länge der Perioden vernachlässigt!**

Daten

- b_{jt} **Bedarf pro Periode und Kunde j [ME]**
- f_{it} **Fixkosten, wenn Lager i in Periode t gebaut wird [GE]**
- c_{ijt} **Distributionskosten [GE/ME] vom Lager i zum Kunden j in Periode t**
- a_i **Kapazität des zu bauenden Lagers [ME]**

Entscheidungsvariablen

- $y_{it} \in \{0, 1\}$, $y_{it} = 1$ **falls in Periode t am Standort i ein Lager errichtet wird; 0 sonst**
- x_{ijt} **ist die Menge ($x_{ijt} \geq 0$), die Kunde j in Periode t vom Lager i beziehen soll [ME]**

$$\text{Min} \sum_i \sum_j \sum_t c_{ijt}\, x_{ijt} + \sum_i \sum_t f_{it}\, y_{it}$$

Erster Versuch – nicht unbedingt richtig!

$$x_{ijt} \leq b_{jt} y_{it}, i = 1,.., m, j = 1,.., n, t = 1,.., r$$

$$\sum_j x_{ijt} \leq a_i\, y_{it},\ i = 1,.., m, t = 1,.., r$$

$$\sum_i x_{ijt} \geq b_{jt}, j = 1,.., n, t = 1,.., r$$

Lösung Aufgabe 3 in Kapitel 7

3. **Das bereits mehrfach benutzte Standortplanungsproblem für Lager setzte einen einperiodischen Planungshorizont voraus. Durch die Osterweiterung ergeben sich aber auch dynamisch ändernde Absatzmärkte. Dies kann dazu führen dass sich eine Standortentscheidung (mit hohen Fixkosten und Risiken) erst in späteren Perioden getroffen werden sollte. Wir betrachten t=1,..,r Perioden, die ggf. in späteren Perioden auch länger sein können. Es soll entschieden werden an welchen Standorten und in welcher Periode Lager gebaut werden sollen.**

Daten

- b_{jt} **Bedarf pro Periode und Kunde j [ME]**
- f_{it} **Fixkosten, wenn Lager i in Periode t gebaut wird [GE]**
- c_{ijt} **Distributionskosten [GE/ME] vom Lager i zum Kunden j in Periode t**
- a_i **Kapazität des zu bauenden Lagers [ME]**

Entscheidungsvariablen

- $y_{it} \in \{0, 1\}$, $y_{it} = 1$ **falls in Periode t am Standort i ein Lager errichtet wird; 0 sonst**
- $o_{it} \in \{0, 1\}$, $o_{it} = 1$, **falls in Periode t am Standort i ein Lager existiert, 0 sonst**
- x_{ijt} **ist die Menge ($x_{ijt} \geq 0$), die Kunde j in Periode t vom Lager i beziehen soll [ME]**

$$\text{Min} \sum_i \sum_j \sum_t c_{ijt}\, x_{ijt} + \sum_i \sum_t f_{it}\, y_{it}$$

$$x_{ijt} \leq b_{jt} o_{it}, i = 1,.., m, j = 1,.., n, t = 1,.., r$$

$$\sum_j x_{ijt} \leq a_i\, o_{it},\ i = 1,.., m, t = 1,.., r$$

$$\sum_i x_{ijt} \geq b_{jt}, j = 1,.., n, t = 1,.., r$$

$$\sum_t y_{it} \leq 1,\ \ o_{it} = \sum_k^t y_{ik}, t = 1,.., r,\ i = 1,.., m$$