Kapitel 2

Mathematische Optimierungsmodelle

Lineare Optimierung

Uwe H. Suhl
Lehrstuhl für Wirtschaftsinformatik
Freie Universität Berlin

Optimierungssysteme
Version 1.1 / SS 2008

Mathematische Optimierungsmodelle

- dienen der Lösung von Entscheidungsproblemen bei denen Restriktionen quantitativer Art, z.B. begrenzte Ressourcen zu berücksichtigen sind
- Ein Optimierungsmodell enthält vier Hauptkomponenten:

1. Entscheidungsvariablen, die unter der Kontrolle der Planer sind, z.B.:
   - Wann soll ein Auftrag gefertigt werden
   - Wann und wie viele Teile sollen von einem Lieferanten bestellt werden
   - Wann und wie viele Produkte sollen zu einem (Zentral-) Regionallager versandt werden
   - An welcher Stelle sollen Werke oder Lager gebaut werden
   - Welche Transportmittel und welche Routen sollen sollen zur Belieferung benutzt werden
2. Restriktionen für die Entscheidungsvariablen, z.B.:
   - Die Produktionskapazität eines Zulieferers in der Lieferkette Materialien
   - Ein Fertigungssystem darf nur eine bestimmte Anzahl Stunden betrieben werden
   - Personen dürfen – auch mit Überstunden – nur eine bestimmte Zeit arbeiten
   - Ein Logistikdienstleister kann pro Zeiteinheit nur eine bestimmte Anzahl Sendungen mit vorgegebener Lieferzeit ausliefern
3. Eine Zielfunktion dient zur Bewertung der Entscheidungen, wobei die Freiheitsgrade der Restriktionen ausgenutzt werden.
   - Z.B. Maximierung des Deckungsbeitrages, Minimierung der Durchlaufzeit
   - in manchen Fällen gibt es mehrere Zielfunktionen; es gibt verschiedene Möglichkeiten um „optimale Lösungen“ unter Berücksichtigung konkurrierender Ziele zu erreichen

Mathematische Optimierungsmodelle (2)

4. **Parameter und Daten (Konstanten), die zwar konstant sind, jedoch von der Zeitperiode und dem betrachteten Objekt abhängen können, z.B.**
   - **Einkaufspreise für Rohmaterialien € / ME**
   - **Fertigungszeiten ZE / ME eines Produktes auf einer Maschine**
   - **Ressourcenverbrauch zur Herstellung einer Einheit eines Teils**
   - **Währungsfaktoren 1 US $ = a €**

- **Die allgemeine Form eines deterministischen Optimierungsproblems mit einer Zielfunktion lautet**

minimiere oder maximiere $f(x_1,\ldots,x_n)$ unter den Nebenbedingungen

$$g_i(x_1,\ldots,x_n)\begin{Bmatrix}\le\\=\\\ge\end{Bmatrix} b_i,\ b_i \in R,\ i=1,\ldots,m$$

$$x=(x_1,\ldots,x_n),\quad x\in X,\quad X\subset R^n$$

- **Die mathematische Struktur wird maßgeblich durch die algebraische Form von Zielfunktion, Restriktionen und der Menge X bestimmt**
- **lineare (LP) und gemischt-ganzzahlige Optimierung (IP) sind am wichtigsten, da es viele Anwendungen und hocheffiziente Standardsoftware gibt**

Mathematische Optimierungsmodelle (3)

- **Je nach Art der Variablen, Restriktionen und der Zielfunktion unterscheidet man lineare, nichtlineare und Modelle mit diskreten Variablen**
- **Ein Optimierungsmodell muss im Rahmen eines Anwendersystems implementiert und mit Optimierungssoftware (*Solver*) gelöst werden.**
- **im folgenden werden zwei Klassen von Modellen: *lineare* und *gemischt-ganzzahlige Optimierungsmodelle* betrachtet**
- **Lineare Modelle (Linear Programming, LP)**
  - **alle Restriktionen und die Zielfunktion sind linear**
  - **die Variablen x_j dürfen reelle Werte in einem Intervall $[l_j,u_j]$ annehmen**
  - **Im Normalfall ist $l_j = 0$; einzelne l_j und u_j können auch $-\infty$ und / oder $+\infty$ sein**
  - **LPs können in polynomialer Zeit gelöst werden (nicht mit der Simplex-Methode !)**
  - **LPs können i.d.R. auch für sehr große Modelle mit Zehntausenden von Variablen und Restriktionen schnell gelöst werden (Simplex o. Innere Punkte Verfahren)**
- **gemischt-ganzzahlige Optimierungsmodelle (Integer Programming, IP)**
  - **Dies sind lineare Modelle, bei denen einige oder alle Variablen ganzzahlige Werte annehmen müssen, wobei der wichtigste Fall 0-1-Variablen sind**
  - **Im Unterschied zu LPs gehören IPs zu einer anderen Komplexitätsklasse (NP hard)**
  - **Heutige Verfahren (Branch and Bound, Branch and Cut) lösen eine Sequenz von LPs**
  - **Es gibt relativ kleine Modelle, die bereits sehr schwierig zu lösen sind**
  - **Die Modellierung kann bei IP-Modellen über deren Lösbarkeit entscheiden**

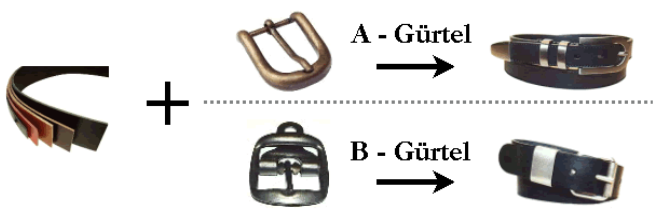
Lösungen für Math. Optimierungsmodelle

- Eine *Lösung* eines math. Optimierungsmodells ist eine Wertzuweisung an die Variablen des Modells, d.h. ein n-Vektor $\underline{x} \in R^n$
- Eine *Zulässige Lösung (Feasible Solution)* – erfüllt alle Restriktionen des Modells; es ist jedoch (noch) nicht bekannt wie gut die Lösung ist
- $f(\underline{x})$ wird als der *Zielfunktionswert* einer Lösung bezeichnet
- Eine *Optimallösung* ist eine zulässige Lösung, die einen optimalen Zielfunktionswert hat, d.h. ihr Zielfunktionswert ist bei Minimierung kleiner oder gleich den Zielfunktionswerten aller anderen zulässigen Lösungen
- Grundsätzlich kann es mehrere Optimallösungen geben
- Eine *nahezu optimale Lösung garantierter Qualität* ist eine Lösung die höchstens ε Prozent vom Optimum entfernt ist, wobei ε klein ist, z.B. 5%
- Eine Optimierung mit einem *Solver* kann zu folgenden Ergebnissen führen:
  - Für ein Modell kann eine *optimale Lösung* bestimmt werden
  - Ein Model weist keine zulässige Lösung auf, d.h. die gewählten Restriktionen sind in ihrer Gesamtheit nicht zu erfüllen (*infeasible*)
  - Ein Modell kann unbeschränkt sein, d.h. die Zielfunktion ist nicht endlich (*unbounded*)
  - Es kann eine Lösung mit *garantierter Qualität* bestimmt werden
  - Es kann nur eine *zulässige Lösung* bestimmt werden, deren Güte unklar ist
  - Es kann *keine Lösung* bestimmt werden ohne dass man Unzulässigkeit feststellt

Beispiel: Ledergürtelfertigung

- Ein Unternehmen stellt 2 Gürteltypen A und B mit einem Deckungsbeitrag von € 2,00 bzw. € 1,50 je Stück her
- Gürtel A benötigt 2 ZE/Stück bei seiner Herstellung, Gürtel B 1 ZE/Stück
- Für die Fertigung von Produkt A und B stehen 1000 ZE pro Tag zur Verfügung
- Die Vorfertigung erlaubt nur die Produktion von insgesamt 800 Stück (A+B) pro Tag
- Für A- und B-Gürtel werden verschiedene Gürtelschnallen verwendet
- Es stehen täglich 400 Gürtelschnallen vom Typ A und 700 Gürtelschnallen vom Typ B zur Verfügung.
- Wie viele Gürtel vom Typ A und vom Typ B müssen produziert werden, um einen maximalen Deckungsbeitrag zu erzielen? Wir unterstellen, dass die gesamte Produktion auch verkauft werden kann!

Lederriemen + Gürtelschnalle = Gürtel

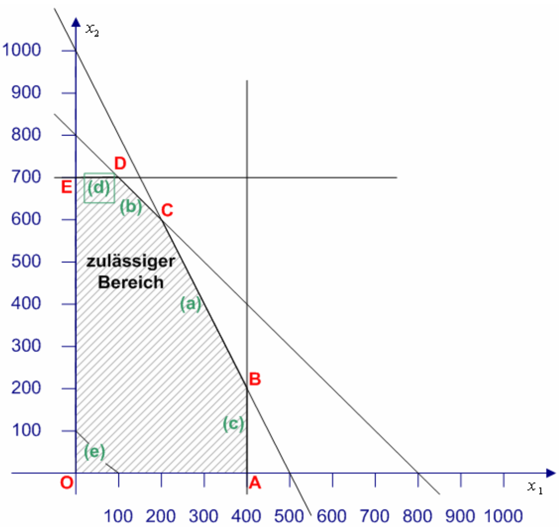


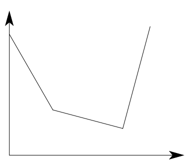
Ein LP-Modell für das Beispiel

- Entscheidungsvariablen (Strukturvariablen):
  - *werden zunächst als kontinuierlich angenommen, obwohl sie von ihrer Natur her ganzzahlig sein müssten!*
  - x1: Anzahl der zu produzierenden A-Gürtel
  - x2: Anzahl der zu produzierenden B-Gürtel
  - Nichtnegativität von x1, x2
- Parameter (Konstanten)
  - Deckungsbeiträge, Zeiten, Kapazitäten
- Zielfunktion
  - Maximierung des Gesamtgewinns (in €), d.h. 2 x1 + 1,5 x2
- Nebenbedingungen (Restriktionen):
  - Zeitrestriktionen, Kapazitätsrestriktionen, Lederbelieferung, Gürtelschnallen
- Das LP-Modell
  - max $z = 2\,x1 + 1{,}5\,x2$
  - subject to
  - $2\,x1 + x2 \leq 1000$ (a)
  - $x1 + x2 \leq 800$ (b)
  - $x1 \leq 400$ (c)
  - $x2 \leq 700$ (d)
  - $x1, x2 \geq 0$ (e)

Graphische Lösung (1)

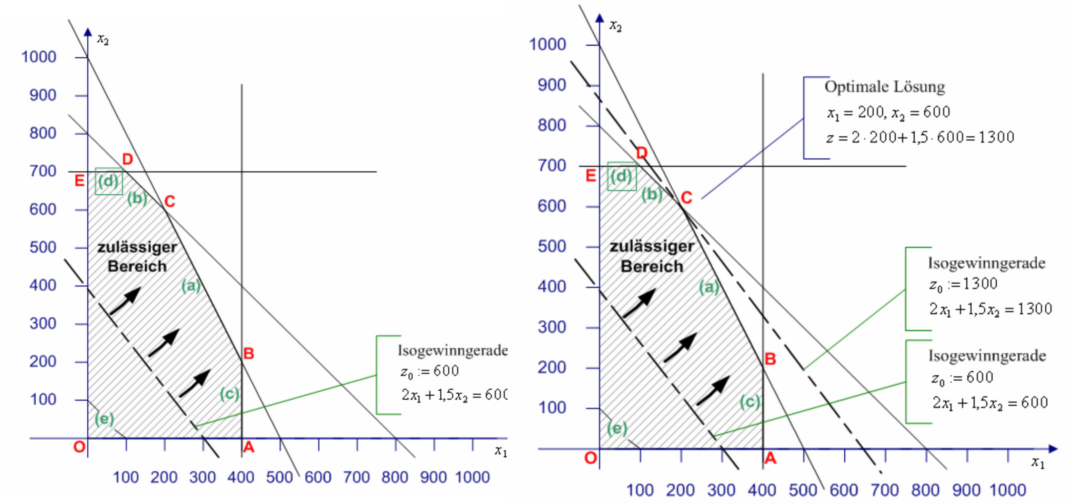
- Im zweidimensionalen Fall, d.h. wenn nur zwei Entscheidungsvariablen vorhanden sind, lässt sich die Lösung grafisch ermitteln bzw. veranschaulichen
- Schritt 1: Zeichne die Restriktionsgeraden des LP-Problems
  - Diese sind die Randgeraden der durch die Restriktionen dargestellten Halbebenen.
  - Bestimme den zulässigen Bereich, d.h. das Innere des Durchschnitts aller durch die Halbgeraden definierten Bereiche
  - In diesem Beispiel ist dieser Bereich beschränkt; je nach Typus der Restriktionen kann er auch eine ganz andere Form aufweisen!





Graphische Lösung (2)

- **Schritt 2:** Lösungen gleichen ZF-Wertes liegen auf der Isogewinn-Geraden
  - Setze Zielfunktionswert auf eine Konstante z = z0
  - zeichne die so definierte Isogewinn-Gerade
- **Schritt 3:** Verschiebe Isogewinn-Gerade parallel in Richtung steigender ZF-Werte bis zu dem äußersten zulässigen Punkt - einem optimalen Eckpunkt



Typen von Variablen und Restriktionen in LPs

- **Typen von Variablen**
  - Normalfall (Default): $0 \leq x_j < \infty$
  - Allgemeiner Fall $l_j \leq x_j \leq u_j$ mit $l_j \leq u_j$ und $l_j, u_j \in R$
  - Plus Variable: $l_j \leq x_j < \infty$
  - Minus-Variable: $-\infty < x_j \leq u_j$
  - Freie Variable: $-\infty < x_j < \infty$
  - Fixierte Variable: $x_j = l_j = u_j$
- **Typen von Restriktionen**
  - $\leq$ Restriktion: $\Sigma\, a_i x_i \leq b_i,\ b_i \in R$
  - $\geq$ Restriktion: $\Sigma\, a_i x_i \geq b_i,\ b_i \in R$
  - $=$ Restriktion $\Sigma\, a_i x_i = b_i,\ b_i \in R$
  - Beidseitig beschränkte Restriktion (Range): $rl_i \leq \Sigma\, a_i x_i \leq ru_i$
  - Unbeschränkte (freie) Restriktion: $-\infty < \Sigma\, a_i x_i < \infty$
- **Hyperebenen**
  - Eine Menge $H(d,w)=\{x \mid x \in R^n,\ d'x = w\}$, $d \in R^n$, $d \neq 0$, $w \in R$ heißt n-dimensionale Hyperebene; im 2-dimensionalen Fall sind dies Geraden
  - Jede Hyperebene definiert zwei Halbräume: $H_L(d,w)=\{x \mid x \in R^n,\ d'x \leq w\}$ und $H_G(d,w)=\{x \mid x \in R^n,\ d'x \geq w\}$
  - Da alle Restriktionen eines LP-Modells gleichzeitig erfüllt sein müssen, ist der zulässige Bereich der Durchschnitt der zugehörigen Halbräume bzw. Hyperebenen (Gleichungen)
  - Der zulässige Bereich bildet ein Polytop mit endlich vielen Eckpunkten (ohne Beweis)

Optimale Lösungen eines LPs

- Ohne Beweis: Unter den Optimallösungen eines LP-Modells gibt es Eckpunkte an denen das Optimum erreicht wird
- Konsequenz: Man braucht „nur“ die Lösungswerte für die endlich vielen Eckpunkte (ohne Beweis) eines LP-Modells zu bestimmen und wählt unter diesen einen Eckpunkt mit minimalen oder maximalen ZF-Wert aus
- Im Gürtelbeispiel haben wir folgende Eckpunkte und deren ZF-Werte

Eckpunkt	(x1,x2)	ZF-Wert (x1,x2)
0	(0,0)	0
A	(400,0)	800
B	(400,200)	1100
C	(200,600)	1300
D	(100,700)	1150
E	(0,700)	1050

- Optimal ist in diesem Beispiel der Eckpunkt C (in diesem Fall eindeutig)
- Problem: bei größeren LP-Modellen gibt es extrem viele Eckpunkte; ein Lösungsverfahren das nur die Eckpunkte enumeriert wäre nicht praktikabel
- Der Simplex-Algorithmus enumeriert systematisch nur ca. k • m Eckpunkte, wobei m die Anzahl der Restriktionen und k eine Konstante ist, typisch ≤ 10

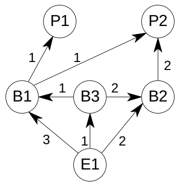
Lösung des LP-Modells mit ClipMOPS

- Download ClipMOPS Exe und Installation in MS Excel
- Generiere ein Modell mit 2 Variablen und 2 Restriktionen
- Die individuellen Restriktionen auf einzelnen Variablen werden als obere Schranken (upper bounds) implizit definiert
- Modell in Tableau-Darstellung ist die Basis für ClipMOPS

Gürtel	x1	x2	*TYP*	*RHS*
Max	2	1,5		
LB				
UB	400	700		
TYP	CON	CON		
Row1	2	1	<=	1000
Row2	1	1	<=	800
Activity	200,00	600,00		1300,00

Anderes Beispiel eines einfachen LP-Modells

- zur Produktion zweier Endprodukte P1 und P2 werden selbst hergestellte Baugruppen B1, B2 und B3 und das fremdbezogene Teil E1 benötigt. Materialfluß, Absatz, Deckungsbeitrag und Kapazitäten ergeben sich wie folgt:
- Kapazität Endmontage: 700 ZE
- Vorfertigung der Baugruppen B1, B2 und B3 werden jeweils 2, 2 u. 3 ZE benötigt; Kapazität Vorfertigung: 2400 ZE
- Lagerbestand Teil E1: 600 Einheiten; es können zum Preis von 2 GE maximal 1000 Teile E1 zugekauft werden



	P1	P2
Absatzhöchstmenge	110	150
Absatzmindestmenge	80	90
Deckungsbeitrag	13	30
Endmontage (ZE)	4	3

- es soll mit einem LP-Modell das gewinnmaximale Produktionsprogramm bestimmt werden
  - Entscheidungsvariablen
    - xp1, xp2 — Produktionsmengen von P1, P2 (ME)
    - xb1, xb2, xb3 — Produktionsmengen von B1, B2, B3 (ME)
    - xe1 — Fremdbezugsmenge von Teil E1 (ME)
  - Zielfunktion: maximiere 13 xp1 + 30 xp2 - 2 xe1
  - Restriktionen:
    - Verkauf: $80 \leq xp1 \leq 110,\ 90 \leq xp2 \leq 150$
    - Endmontage: $4\ xp1 + 3\ xp2 \leq 700$
    - Vorfertigung: $2\ xb1 + 2\ xb2 + 3\ xb3 \leq 2400$
    - Fremdbezug: $0 \leq xe1 \leq 1000$
    - Materialbilanzen: $xb1 = xp1 + xp2,\ xb2 = 2\ xp2,\ xb3 = 2xb2 + xb1$
    - Zukaufslimitierung: $3\ xb1 + 2\ xb2 + xb3 \leq 600 + xe1$
    - Nichtnegativität: $xb1, xb2, xb3 \geq 0$

Tableaudarstellung des LP-Modells

Namen	xp1	xp2	xb1	xb2	xb3	xe1	Typ	RHS
Zielfunktion	13	30				-2		
Endmontage	4	3					≤	700
Vorfertigung			2	2	3		≤	2400
Bilanz1	-1	-1	1				=	0
Bilanz2		-2		1			=	0
Bilanz3			-1	-2	1		=	0
Zukauf			3	2	1	-1	≤	600
Untergrenze	80	90	0	0	0	0		
Obergrenze	110	150	∞	∞	∞	1000		

- Opt. LP-Lösung: ZF-Wert 2250, xp1 = 102, xp2 = 90, xb1 = 192, xb2 = 180, xb3 = 552, xe1 = 888, Endmontage: 678 ZE, Vorfertigung: 2400 ZE
- MPS-Format: internationales Standardformat für LP- und MIP-Modelle zur Eingabe in Optimierungssoftware
  - Speicherung der Modelldaten in einer sequentiellen Datei
  - Namen (max 8. Zeichen) für Variablen, Restriktionen, Schranken, RHS
  - rigides Format: Reihenfolge der Sektionen: Name, Rows, Columns, Rhs, Ranges, Bounds
  - MPS-Dateien werden durch ein Modellgenerator (Computerprogramm) bzw. durch eine Modellierungssprache generiert

Beispiel Margarineherstellung

- **Problemstellung**
  - Margarine wird hergestellt aus Ölen VEG1 und VEG2 und OIL1, OIL2 und OIL3
  - im Monat können maximal 200 Tonnen von VEG1 und VEG2 und 250 Tonnen von OIL1, OIL2, OIL3 hergestellt werden
  - der Härtegrad des Endproduktes muß zwischen den Werten 3 und 6 liegen
  - dieser Wert wird als Linearkombination der Härtegrade der Komponenten berechnet
  - der Verkaufspreis des Produktes beträgt 150 DM pro Tonne
  - der Gewinn soll maximiert werden
  - die Kosten (€ / t) und Härtegrade der Rohölkomponenten sind:

	VEG1	VEG2	OIL1	OIL2	OIL3
Kosten (€/t)	110	120	130	110	115
Härtegrad	8,8	6,1	2	4,2	5

- **Modellformulierung**
  - Entscheidungsvariablen: x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 (Ölproduktionsmengen), y (Produktionsmenge)
  - Zielfunktion: Max $z = -110x_1 - 120x_2 - 130\,x_3 - 110\,x_4 - 115\,x_5 + 150\,y$
  - Restriktionen:

Härtung $8{,}8x_1+6{,}1x_2+2x_3+4{,}2x_4+5x_5-6y \le 0,\ 8{,}8x_1+6{,}1x_2+2x_3+4{,}2x_4+5x_5-3y \ge 0$

Bilanz $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 - y = 0$

Kapazitäten $x_1 + x_2 \le 200$

$x_3 + x_4 + x_5 \le 250$

Nichtneg. $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, y \ge 0$

	VEG1	VEG2	OIL1	OIL2	OIL3	PROD		RHS
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	y		
PROFIT	-110	-120	-130	-110	-115	150		
KAVEG	1	1					≤	200
KAOIL			1	1	1		≤	250
UBHAR	8,8	6,1	2,0	4,2	5,0	-6,0	≤	
LOHAR	8,8	6,1	2,0	4,2	5,0	-3,0	≥	
BILANZ	1	1	1	1	1	-1	=	

Mehrperiodische LP-Modelle

- Bisher bezogen sich Entscheidungsvariablen immer auf einen Zeitabschnitt
- mehrperiodische Planung liegt vor, wenn der Planungshorizont in mehrere Planperioden unterteilt wird
- rollende Planung umfasst ein Planfenster aus k Perioden; in Periode t wird für die nächsten k Perioden geplant:

t	t+1	t+2	....	t+k	
	t+1	t+2	t+3	....	t+k+1

- Dabei müssen auch Bestände berücksichtigt werden, die als Entscheidungsvariablen definiert werden und in Bilanzgleichungen eingehen
- Beispiel eines Produktes, z.B. Geld auf einem Girokonto
  - t Periodenindex
  - x_t Produktionsmenge (Zugang) des Produktes in Periode t
  - l_t Lagerbestand des Produktes am Ende von Periode t (Kontostand)
  - a_t Abgang (z.B. Verkauf, Überweisung) des Produktes aus dem Lager in Periode t
  - Bilanzgleichung: $l_t = l_{t-1} + x_t - a_t$, wobei $t = 1,..,k$
  - Für t = 1 ist l_0 keine Entscheidungsvariable sondern eine Konstante: der vorhandene Anfangsbestand im Lager (Anfangskontostand)
  - Im Girokonto-Beispiel kann l_t auch negativ werden, d.h. eine *freie Variable* sein

Mehrperiodisches Gürtelbeispiel - Aufgabe

- **Das Gürtelbeispiel soll auf zwei Perioden erweitert werden**
  - **Zu Beginn der ersten Periode sind jeweils 100 Stück vom Gürtel A und Gürtel B im Lager. Am Ende der zweiten Periode sollen ebenfalls 100 Stück jeweils von beiden Sorten im Lager vorhanden sein..**
  - **In der ersten Periode kann auch für die darauf folgende Periode produziert werden; es fallen dann Lagerhaltungskosten in Höhe von 20 Cent pro Gürtel und Periode an.**
  - **Die Restriktionen für Gürtelschnallen, Lederlieferungen und Maschinenkapazitäten bleiben im betrachteten Zeithorizont unverändert und gelten jeweils pro Periode.**
  - **Die Deckungsbeiträge sind wie folgt gegeben:**
    Periode 1: Gürtel A € 2,0, Gürtel B € 1,5, Periode 2: Gürtel A € 3,0, Gürtel B € 1,5
  - **Die Absatzobergrenzen sind**

	Gürtel A	Gürtel B
Periode 1	400	400
Periode 2	700	300

- **Welche Entscheidungsvariablen werden benötigt?**
  - **pa1, pb1, pa2, pb2 sind die zu produzierten Mengen von A, B in Periode 1 und 2**
  - **la1, lb1, la2, lb2 sind die Lagerbestände von A, B am Ende von Periode 1 und 2**
  - **va1, vb1, va2, vb2 sind die verkauften Mengen von A, B in Periode 1 und 2**
- **Welche Restriktionen sind zusätzlich zu den Zeit und Kapazitätsrestrik-tionen erforderlich?**
  - **Bilanzgleichungen für A: $la_t = la_{t-1} + pa_t - va_t$, $t = 1, 2$**
  - **Bilanzgleichungen für B: $lb_t = lb_{t-1} + pb_t - vb_t$, $t = 1, 2$**

Gürtelbeispiel 2-periodisch

- **ClipMOPS Tableauformat**

Guertel MP	pa1	pb1	va1	vb1	la1	lb1	pa2	pb2	va2	vb2	la2	lb2	*TYP*	*RHS*
Max			2	1,5	-0,2	-0,2			3	1,5				
LB											100	100		
UB	400	700	400	400	INF	INF	400	700	700	300	100	100		
TYP	CON	CON	CON	CON	CON	CON	CON	CON	CON	CON	CON	CON		
Leder1	1	1											<=	800
Zeit1	2	1											<=	1000
Bila1	1		-1		-1								=	-100
Bilb1		1		-1		-1							=	-100
Leder2							1	1					<=	800
Zeit2							2	1					<=	1000
Bila2					1		1		-1		-1		=	0
bilb2						1		1		-1		-1	=	0
Activity	350,00	300,00	0,00	400,00	450,00	0,00	350,00	300,00	700,00	200,00	100,00	100,00		2910,00

- **Lösen Sie das Modell in ClipMOPS mit der Funktion „extended Output“ und interpretieren Sie die Resultate!**
- **Welche Möglichkeiten gibt es den Gewinn zu steigern?**

ClipMOPS-Modell versus AMPL

- das Tableau-Format ist nicht für größere LP / IP-Modelle geeignet
- Modellierungssysteme wie z.B. AMPL unterstützen diese Aufgabe viel besser
- In AMPL werden Modell und Daten getrennt in zwei Dateien (.mod und .dat) gespeichert
- Beispiel einer Modell-Datei

```
set P;
param a {j in P};
param b;
param c {j in P};
param u {j in P};
var X {j in P};
maximize profit: sum {j in P} c[j] * X[j];
subject to Time: sum {j in P} (1/a[j]) * X[j] <= b;
subject to Limit {j in P}: 0 <= X[j] <= u[j];
```

- Beispiel einer möglichen Daten-Datei

```
set P := bands coils;
param:     a     c     u   :=
  bands   200   25   6000
  coils   140   30   4000 ;
param b := 40;
```

- Aus Modell und Daten wird die zugehörige Modell-Instanz im Hauptspeicher generiert und z.B. an den MOPS-Optimierer übergeben (⇒ MOPS-Studio, späteres Kapitel)

Aufgaben zu Kapitel 2

1. Das Unternehmen hat eine zweite Produktionslinie für Gürtel eingerichtet. Diese Linie braucht zur Herstellung von B-Gürteln nur 0,8 Zeiteinheiten (ZE). Für die Erstellung von A-Gürteln wird weiterhin 2 ZE gebraucht. Die Komponenten Leder und Gürtelschnallen können beliebig zwischen beiden Produktionslinien verteilt werden. Die Ressource Zeit ist allerdings maschinenbedingt nicht übertragbar. Stellen Sie ein LP-Modell zur Bestimmung der optimalen Produktionsmengen pro Linie und Produkt auf. Die Deckungsbeiträge bleiben gleich.
2. Im Margarine-Beispiel wurden die Anteile der Ölproduktionsmengen x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 als absolute Größen definiert. Angenommen die Produktionsmenge p ist fest vorgegeben statt eine Variable (y) zu sein. Die Aufgabe besteht nun darin, die optimalen Kompositionsanteile zu bestimmen, wobei die Kompositionsanteile als prozentuale Werte definiert werden, d.h. $\Sigma x_i=1$. Die Härtegrade werden ebenfalls als prozentuale Werte definiert.
3. Stellen Sie ein mehrperiodisches LP-Modell zur Margarineproduktion mit mehreren Margarinesorten auf, wobei der Produktionsplan gegeben ist. Die Rohwaren für die Öle werden eingekauft und beeinflussen somit die Margarine-Kompositionen.